

# Versuch 24

## Radioaktivität

---

Praktikant:           Joscha Knolle  
                              Ole Schumann  
E-Mail:                joscha@htilde.de  
Durchgeführt am:   06.03.2013  
Abgabe:               07.03.2013

Testiert:

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2. Theorie</b>	<b>2</b>
2.1. Radioaktiver Zerfall . . . . .	2
2.2. Zerfalls- und Aktivierungsgesetz . . . . .	3
<b>3. Materialien &amp; Methoden</b>	<b>4</b>
3.1. Geiger-Müller-Zählrohr . . . . .	4
3.2. Neutronenquelle . . . . .	4
<b>4. Durchführung</b>	<b>5</b>
<b>5. Auswertung</b>	<b>5</b>
5.1. $\chi^2$ -Fit . . . . .	5
5.2. Grafische Darstellung . . . . .	7
5.3. Aktivierungskurven . . . . .	7
<b>6. Diskussion</b>	<b>8</b>
<b>A. Abbildungen</b>	<b>I</b>
<b>B. Literaturverzeichnis</b>	<b>V</b>

## 1. Einleitung

Das Warnzeichen in Abbildung 1 warnt vor radioaktiver oder ionisierender Strahlung, die von Stoffen in so gekennzeichneten Behältern oder hinter so gekennzeichneten Türen ausgeht. Solche Strahlung kann auf den menschlichen Körper nämlich krebserregend und gesundheitsgefährdend wirken.

Andererseits findet Radioaktivität viel Einsatz in Technik und Medizin, zum Beispiel zur Altersbestimmung von Objekten, bei der Radiotherapie von erkrankten Schilddrüsen und zur Stromversorgung. In diesem Versuch wollen wir daher radioaktive Strahlung untersuchen und dabei die grundlegenden Gesetze des radioaktiven Zerfalls bestätigen.



Abbildung 1: Warnzeichen

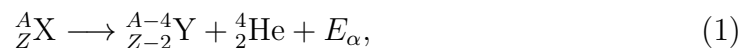
## 2. Theorie

### 2.1. Radioaktiver Zerfall

Radioaktiver Zerfall bezeichnet die Umwandlung von instabilen Atomkernen in stabile oder instabile Atomkerne unter Aussendung von Strahlung. Dabei werden vier Arten des radioaktiven Zerfalls unterschieden:  $\alpha$ -Zerfall,  $\beta$ -Zerfall,  $\gamma$ -Zerfall und spontane Spaltung [GER, S. 908 f.].

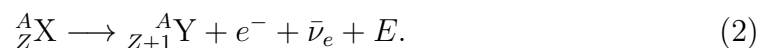
Im Folgenden wird zur Bezeichnung der Atomkerne die Notation  ${}^A_ZX$  verwendet, wobei X das Symbol des chemischen Elements, A die Massenzahl und Z die Ordnungszahl des Atomkerns beschreiben.

Beim  **$\alpha$ -Zerfall** emittiert der instabile Kern  ${}^A_ZX$  ein  $\alpha$ -Teilchen  ${}^4_2\text{He}$ . Die allgemeine Reaktionsgleichung lautet



wobei  $E_\alpha$  die kinetische Energie der  $\alpha$ -Teilchen bezeichnet.

Der  **$\beta$ -Zerfall** ist der elementare Prozess der schwachen Wechselwirkung. Insbesondere beobachtet man den  $\beta^-$ -Zerfall, bei dem ein Neutron in ein Proton, ein Elektron und ein Antineutrino zerfällt. Die allgemeine Reaktionsgleichung lautet nach [DEM, S. 49]



Hingegen tritt der  $\gamma$ -Zerfall nur im Zusammenhang mit  $\alpha$ - oder  $\beta$ -Zerfall auf. Bei ihm emittiert ein angeregter Atomkern  ${}^A_ZX^*$  ein Photon, das sogenannte  $\gamma$ -Teilchen, und fällt in den nicht-angeregten Zustand zurück. Die allgemeine Reaktionsgleichung lautet



Außerdem können schwere Kerne ohne Energiezufuhr in zwei leichtere Kerne zerfallen. Bei dieser **spontanen Spaltung** werden in der Regel ein bis drei Neutronen emittiert. Daneben kann ein Kern auch Neutronen einfangen, wodurch eine Spaltung induziert werden kann [GER, S. 909].

## 2.2. Zerfalls- und Aktivierungsgesetz

Die radioaktiven Zerfälle geschehen immer spontan und können nicht exakt vorhergesagt werden. Allerdings können statistische Aussagen über die Häufigkeit von radioaktiven Zerfällen getroffen werden.

Betrachtet man  $N$  Teilchen und ist die Wahrscheinlichkeit, dass eines dieser Teilchen in einer gewissen Zeiteinheit zerfällt, gerade  $\lambda$ , dann ist die erwartete Anzahl an pro Zeitschritt zerfallenden Teilchen gerade

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N. \quad (4)$$

Die Lösung dieser Differenzialgleichung ist das *Zerfallsgesetz* (vergleiche [DEM, S. 39])

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (5)$$

Die Halbwertszeit  $T_{1/2}$ , also die Zeit, nach der noch die Hälfte des ursprünglichen Materials vorhanden ist ( $N(T_{1/2}) = N_0/2$ ), ergibt sich nach Einsetzen und Umstellen zu

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (6)$$

Damit können wir das Zerfallsgesetz auch schreiben als

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}. \quad (7)$$

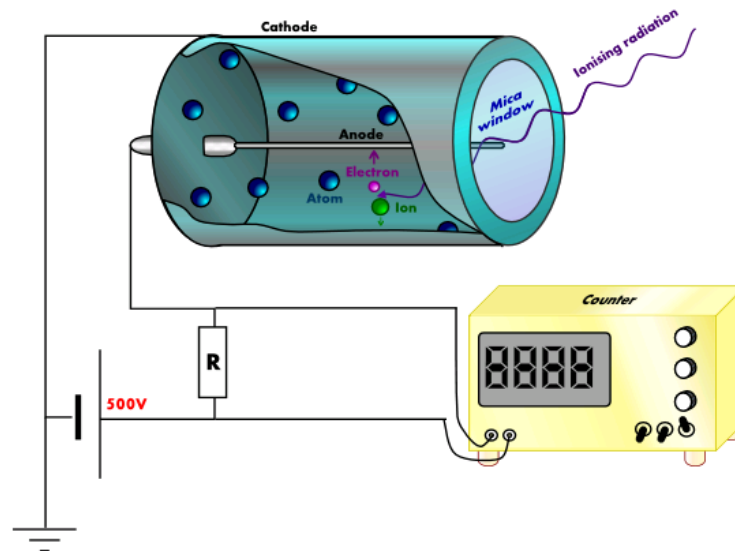
Bestrahlt man ein Präparat mit radioaktiver Strahlung, wodurch dieses selbst radioaktiv wird, so hängt die Anfangszerfallsrate  $\dot{N}_0$  direkt nach der Aktivierung von der Aktivierungszeit  $\tau$  ab. Da in einem Präparat nur endlich viele Atome vorhanden sind, wird die Anfangszerfallsrate durch ein  $\dot{N}_0^\infty$  beschränkt sein. Man findet so das *Aktivierungsgesetz*

$$\dot{N}_0(\tau) = \dot{N}_0^\infty (1 - e^{-\lambda \tau}), \quad (8)$$

wobei der Faktor  $\lambda$  gerade dem des Zerfallsgesetzes entspricht (vergleiche [LP2]).

## 3. Materialien & Methoden

### 3.1. Geiger-Müller-Zählrohr



**Abbildung 2:** Schematische Darstellung eines Geiger-Müller-Zählrohrs [WMC]

Ein Geiger-Müller-Zählrohr ist ein Gerät, mit dem ionisierende Strahlung gemessen werden kann. Der Aufbau ist schematisch in Abbildung 2 dargestellt.

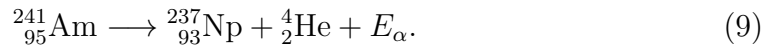
Hauptbestandteil des Zählrohrs ist eine zylindrische Kathode, in deren Mitte ein sehr dünner Wolfram-Draht, die Anode, verläuft. Gefüllt ist der Zylinder mit einem Halogen. Tritt ionisierende Strahlung in das Zählrohr ein, so entstehen freie Elektronen, die zur Anode hin beschleunigt werden und auf dem Weg zur Anode weitere Atome ionisieren. So entsteht eine Gasentladung, die als elektrischer Impuls im Zähler registriert werden kann.

Das in diesem Versuch verwendete Zählrohr ist an einen Computer angeschlossen, der die Messungen übernimmt. Nach dem Starten zählt der Computer so die registrierten Ereignisse pro fünf Sekunden und gibt diese aus. Die zu untersuchende Probe kann direkt in das Geiger-Müller-Zählrohr eingeführt werden.

### 3.2. Neutronenquelle

Für den Versuch verwenden wir eine Neutronenquelle, die aus einer Mischung des Americium-Nuklids  $^{241}_{95}\text{Am}$  und des Beryllium-Nuklids  $^9_4\text{Be}$  besteht.  $^{241}_{95}\text{Am}$  ist ein

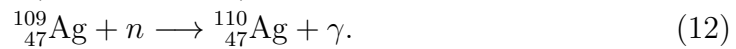
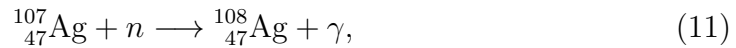
$\alpha$ -Strahler und zerfällt zu Neptunium:



Die freigesetzten  $\alpha$ -Teilchen kollidieren mit den Beryllium-Kernen und werden zu Kohlenstoff, wodurch ein Neutron emittiert wird:



Mit der Neutronenquelle bestrahlen wir Silberplättchen, sodass die im Silber vorkommenden stabilen Isotope  ${}_{47}^{107}\text{Ag}$  und  ${}_{47}^{109}\text{Ag}$  ein Neutron einfangen:



${}_{47}^{108}\text{Ag}$  und  ${}_{47}^{110}\text{Ag}$  sind  $\beta^-$ -Strahler, deren Aktivität wir mit dem Geiger-Müller-Zählrohr messen können. [LP2]

## 4. Durchführung

Zu Beginn haben wir eine Messung der Hintergrundstrahlung durchgeführt, indem wir ohne eingesetzte Probe für einige Minuten die Aktivität im Geiger-Müller-Zählrohr aufgezeichnet haben.

Für Aktivierungszeiten von 1 min, 2 min, 4 min und 8 min haben wir dann die folgenden Schritte durchgeführt: Zuerst haben wir ein Silberplättchen mit einer Pinzette über den Metallträger in die Neutronenquelle eingeführt. Direkt nach dem Einschieben haben wir eine Stoppuhr gestartet. Nach Ablauf der jeweiligen Aktivierungszeit haben wir am Computer eine neue Messung gestartet und so schnell wie möglich das Silberplättchen aus der Neutronenquelle gezogen und in das Geiger-Müller-Zählrohr eingesetzt. Die computergesteuerte Messung haben wir solange laufen lassen, bis die Aktivität in etwa der Nullrate entsprach.

## 5. Auswertung

### 5.1. $\chi^2$ -Fit

Die gemessenen Aktivitätswerte entstehen durch eine Überlagerung der Hintergrundstrahlung und der Zerfälle der beiden Silberisotope. Ist  $\tau$  die Aktivierungszeit, dann ist die gemessene Zerfallsrate  $\dot{N}$  also gegeben durch

$$\dot{N}(t) = \dot{N}_{A,0}^\tau e^{-\frac{\ln 2}{T_A} t} + \dot{N}_{B,0}^\tau e^{-\frac{\ln 2}{T_B} t} + \dot{N}^{\text{null}}. \quad (13)$$

Dabei ist  $\dot{N}_{A,0}$  die Anfangszerfallsrate für das eine Isotop und  $T_A$  die Halbwertszeit dieses Isotops, entsprechend für  $B$  das andere Isotop.  $\dot{N}^{\text{null}}$  bezeichnet die als konstant angenommene Hintergrundstrahlung, die wir im Folgenden mit dem Wert  $\tau = 0$  bezeichnen wollen.

Fassen wir die Messwerte als Tripel  $(\dot{N}; t; \tau)$  auf, so erwarten wir den funktionalen Zusammenhang

$$\dot{N}(t; \tau) = \begin{cases} \dot{N}^{\text{null}}, & \text{falls } \tau = 0, \\ \dot{N}_{A,0}^1 e^{-\frac{\ln 2}{T_A} t} + \dot{N}_{B,0}^1 e^{-\frac{\ln 2}{T_B} t} + \dot{N}^{\text{null}}, & \text{falls } \tau = 1, \\ \dot{N}_{A,0}^2 e^{-\frac{\ln 2}{T_A} t} + \dot{N}_{B,0}^2 e^{-\frac{\ln 2}{T_B} t} + \dot{N}^{\text{null}}, & \text{falls } \tau = 2, \\ \dot{N}_{A,0}^4 e^{-\frac{\ln 2}{T_A} t} + \dot{N}_{B,0}^4 e^{-\frac{\ln 2}{T_B} t} + \dot{N}^{\text{null}}, & \text{falls } \tau = 4, \\ \dot{N}_{A,0}^8 e^{-\frac{\ln 2}{T_A} t} + \dot{N}_{B,0}^8 e^{-\frac{\ln 2}{T_B} t} + \dot{N}^{\text{null}}, & \text{falls } \tau = 8. \end{cases} \quad (14)$$

Es sind also die elf unabhängigen Parameter  $\dot{N}_{A,0}^1, \dot{N}_{A,0}^2, \dot{N}_{A,0}^4, \dot{N}_{A,0}^8, \dot{N}_{B,0}^1, \dot{N}_{B,0}^2, \dot{N}_{B,0}^4, \dot{N}_{B,0}^8, \dot{N}^{\text{null}}, T_A$  und  $T_B$  durch Regression dieser Funktion an die Messwerte zu bestimmen.

Dazu verwenden wir das  $\chi^2$ -Verfahren von `gnuplot`, das wir wie in Skript 1 aufrufen. In der Datei `messwerte.dat` sind in der ersten Spalte die Zeiten, in der zweiten Spalte die Zählraten und in der dritten Spalte die Aktivierungszeiten aufgeführt. Da der radioaktive Zerfall der Poisson-Statistik folgt, erhält man den Fehler der Zerfallsratenmessung durch  $\sigma_{\dot{N}} = \sqrt{\dot{N}}$ . Für Zerfallsraten von 0 setzen wir den Fehler auf 1.

```

1 f0(t)=n0
2 f1(t)=a1*exp(-log(2)*t/ta)+b1*exp(-log(2)*t/tb)+n0
3 f2(t)=a2*exp(-log(2)*t/ta)+b2*exp(-log(2)*t/tb)+n0
4 f4(t)=a4*exp(-log(2)*t/ta)+b4*exp(-log(2)*t/tb)+n0
5 f8(t)=a8*exp(-log(2)*t/ta)+b8*exp(-log(2)*t/tb)+n0
6 f(x,y) = y==1 ? f1(x) : y==2 ? f2(x) : y==4 ? f4(x)
   : y==8 ? f8(x) : f0(x)
7
8 ta=22; tb=117; n0=0.6
9 a1=433; a2=430; a4=750; a8=340
10 b1=39; b2=26; b4=112; b8=66
11
12 fit f(x,y) 'messwerte.dat' using 1:3:2:($2==0 ? 1 :
   sqrt($2)) via ta,tb,n0,a1,a2,a4,a8,b1,b2,b4,b8

```

### Skript 1: $\chi^2$ -Fit mit `gnuplot`

Die Ergebnisse des  $\chi^2$ -Fits mit den von `gnuplot` angegebenen Fehlern sind in Tabelle 1 aufgeführt. Als Güte des Fits gibt `gnuplot` den Wert  $\chi_{\text{red}}^2 = 1,42$  an.

Da dieser in der Nähe von 1 liegt, lassen sich die Messwerte gut durch das oben benannte Gesetz beschreiben.

ta	$T_A$	$(25,6 \pm 0,7) \text{ s}$
tb	$T_B$	$(132 \pm 8) \text{ s}$
n0	$\dot{N}_{\text{null}}$	$(1,39 \pm 0,08) \text{ Impulse}/5\text{s}$
a1	$\dot{N}_{A,0}^1$	$(858 \pm 25) \text{ Impulse}/5\text{s}$
a2	$\dot{N}_{A,0}^2$	$(1000 \pm 30) \text{ Impulse}/5\text{s}$
a4	$\dot{N}_{A,0}^4$	$(920 \pm 30) \text{ Impulse}/5\text{s}$
a8	$\dot{N}_{A,0}^8$	$(800 \pm 30) \text{ Impulse}/5\text{s}$
b1	$\dot{N}_{B,0}^1$	$(49 \pm 6) \text{ Impulse}/5\text{s}$
b2	$\dot{N}_{B,0}^2$	$(84 \pm 8) \text{ Impulse}/5\text{s}$
b4	$\dot{N}_{B,0}^4$	$(138 \pm 11) \text{ Impulse}/5\text{s}$
b8	$\dot{N}_{B,0}^8$	$(168 \pm 14) \text{ Impulse}/5\text{s}$

**Tabelle 1:** Ergebnis des  $\chi^2$ -Fits

## 5.2. Grafische Darstellung

Mit den berechneten Werten aus Abschnitt 5.1 können wir nun den Impulsverlauf grafisch darstellen. Dazu haben wir in den Abbildungen in Abschnitt A die Messwerte, den gefitteten Impulsverlauf sowie die einzelnen Beiträge, die Zerfallskurven beider Isotope und die Nullrate, aufgetragen.

## 5.3. Aktivierungskurven

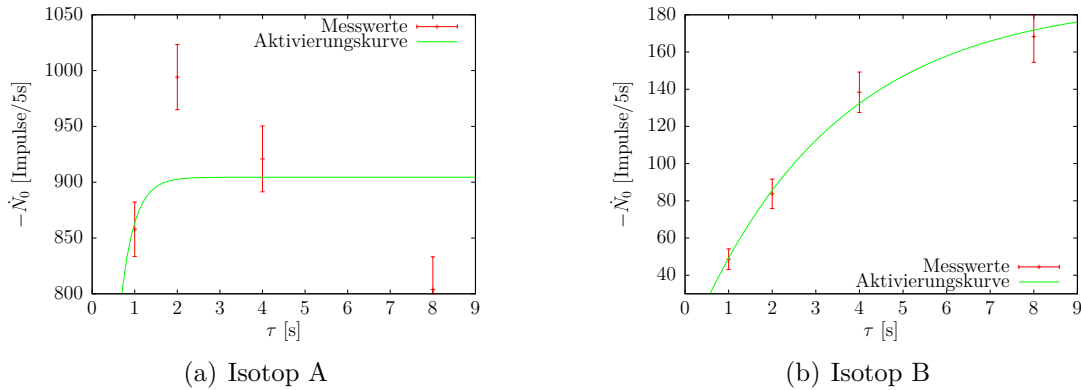
Außerdem wollen wir mit den berechneten Anfangszerfallsraten das Aktivierungsgesetz (8) überprüfen. Dazu sind in Abbildung 3 für beide Isotope einzeln die Aktivierungszeiten gegen die Anfangszerfallsraten aufgetragen.

Für beide Isotope haben wir mit `gnuplot` einen  $\chi^2$ -Fit auf die Funktion

$$\dot{N}_0(\tau) = \dot{N}_0^\infty \left( 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \tau} \right) \quad (15)$$

mit den Parametern  $\dot{N}_0^\infty$  und  $T_{1/2}$  durchgeführt. Das Ergebnis einschließlich des von `gnuplot` ermittelten  $\chi_{\text{red}}^2$  sind in Tabelle 2 aufgetragen.



**Abbildung 3:** Aktivierungskurven der beiden Isotope

Isotop	$\bar{N}_0^\infty$ [Impulse/5s]	$T_{1/2}$ [1/s]	$\chi_{\text{red}}^2$
A	$900 \pm 60$	$0,22 \pm 0,18$	10,97
B	$189 \pm 10$	$2,29 \pm 0,21$	0,22

**Tabelle 2:** Ergebnisse des Fits der Aktivierungskurven

## 6. Diskussion

In Tabelle 3 haben wir die ermittelten Werte für die Halbwertszeiten der beiden Silber-Isotope im Vergleich mit dem Literaturwert nach [LP2] aufgetragen.

Methode	$^{110}_{47}\text{Ag}$ (Isotop A)		$^{108}_{47}\text{Ag}$ (Isotop B)	
	$T_{1/2}$ [1/s]	Abweichung	$T_{1/2}$ [1/s]	Abweichung
Literaturwert	24,6		157	
Zerfallsraten	$25,6 \pm 0,7$	4,1 %	$132 \pm 8$	15,9 %
Anfangszerfallsraten	$0,22 \pm 0,18$	99,1 %	$2,29 \pm 0,21$	98,5 %

**Tabelle 3:** Vergleich der ermittelten Halbwertszeiten mit den Literaturwerten nach [LP2]

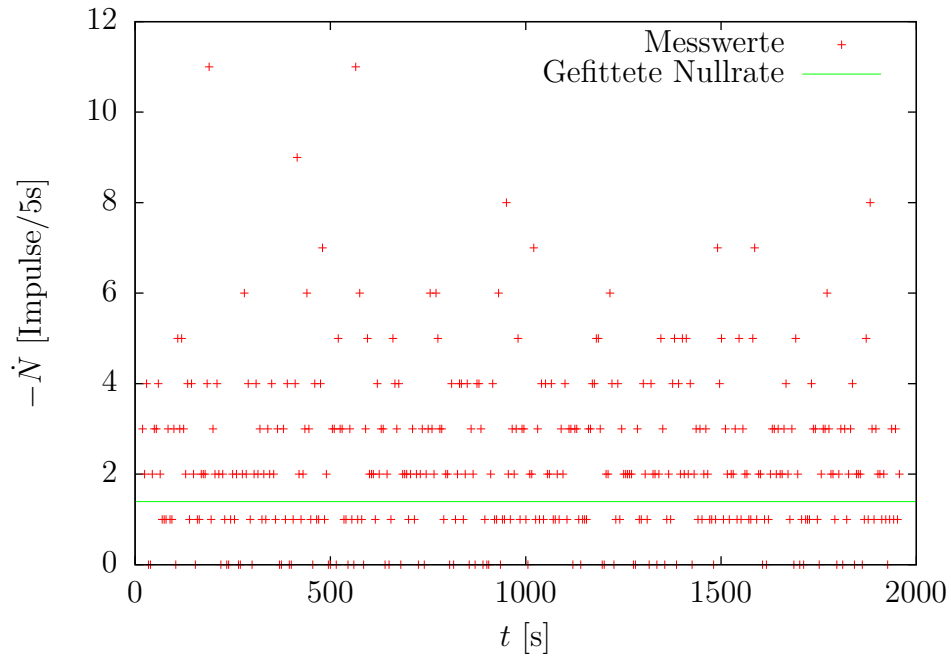
Man erkennt, dass die im ursprünglichen  $\chi^2$ -Fit ermittelten Halbwertszeiten mit Abweichungen von etwa 4 % und 16 % gut den Literaturwerten entsprechen und daher der gefittete Zusammenhang die Zerfallsprozesse des Silbers gut beschreibt.

Anders sieht es aus bei den Werten, die wir aus dem Fit des Aktivierungsgesetzes erhalten haben. Hier liegen die ermittelten Halbwertszeiten in ganz anderen Größenordnungen als die erwarteten Literaturwerte. Das unterstützen auch die  $\chi_{\text{red}}^2$  (vergleiche Tabelle 2), die einmal deutlich über und einmal deutlich unter 1 liegen. Eine zuverlässige Regression ist hier vor allem deswegen unmöglich, da nur je vier einzelne Werte vorlagen, die selber Ergebnis eines Fits waren.

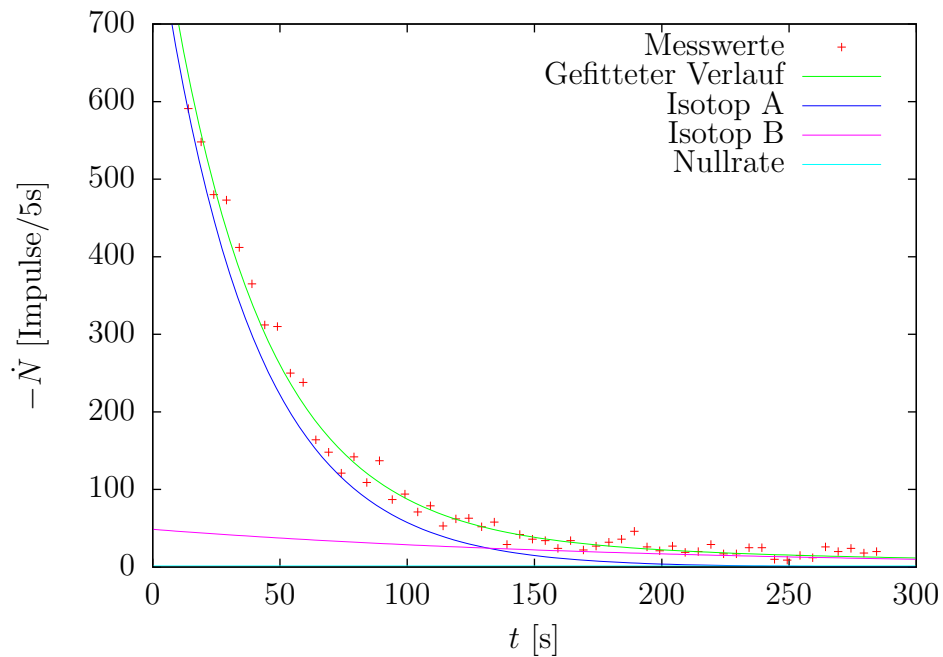
Genauere Ergebnisse hätten sicherlich gewonnen werden können, wenn die aktivierten Silberplättchen schneller von der Neutronenquelle in die Geiger-Müller-Zählrohre gelangt wären. Die wegbedingte Verzögerung von jeweils etwa 15 s hat die Aufnahme von Zählraten, die sich sehr dicht an der Anfangszählrate befinden, verhindert.

Weiterhin ist natürlich auch die genaue Aktivierungszeit fehlerbehaftet. Außerdem können Fehler beim gleichzeitigen Starten der Messung und Herausholen der Probe aus der Neutronenquelle aufgetreten sein.

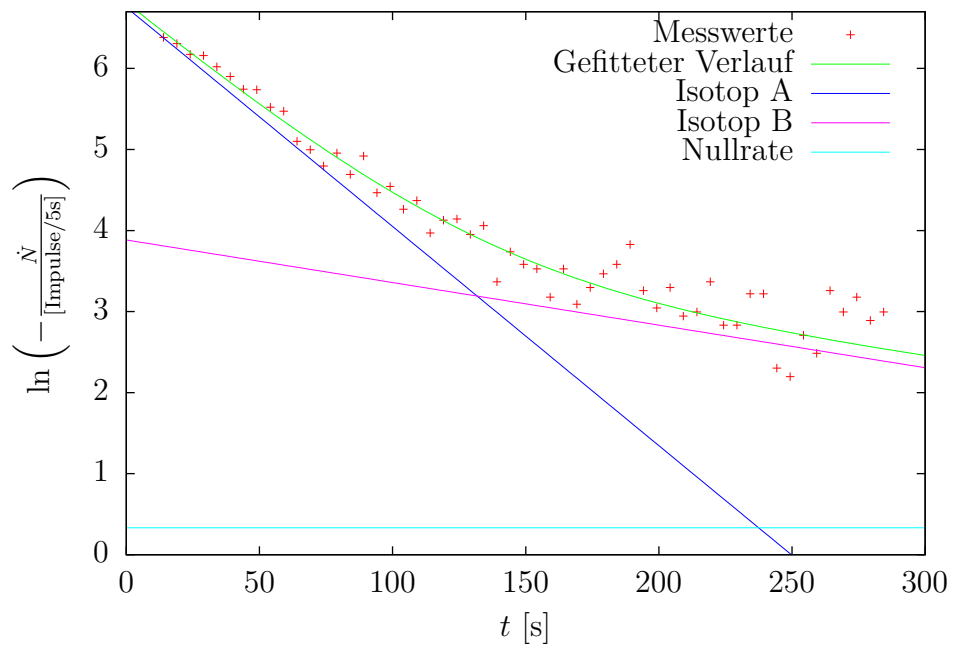
## A. Abbildungen



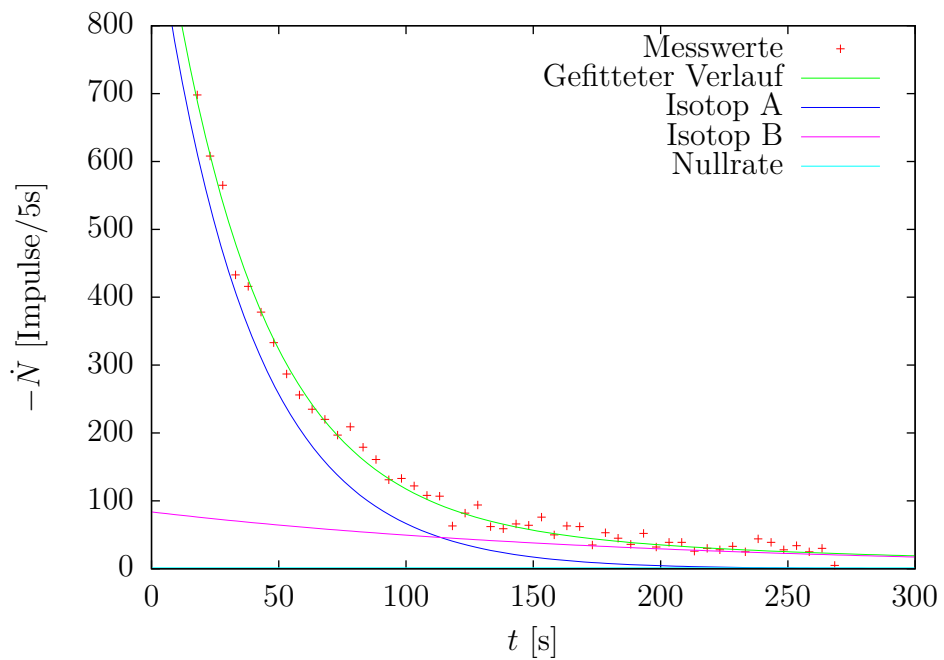
**Abbildung A:** Nullratenmessung



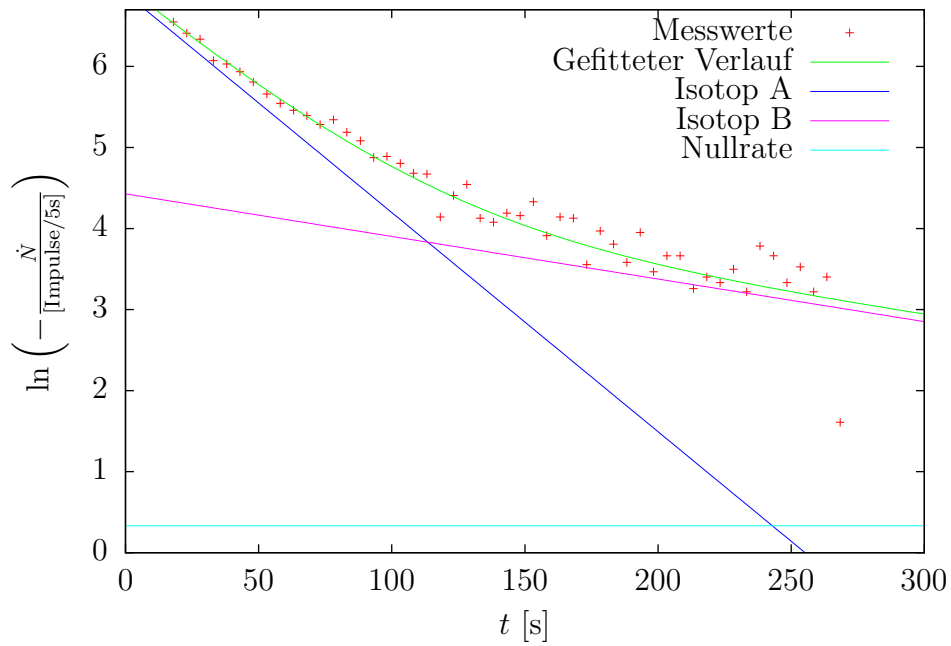
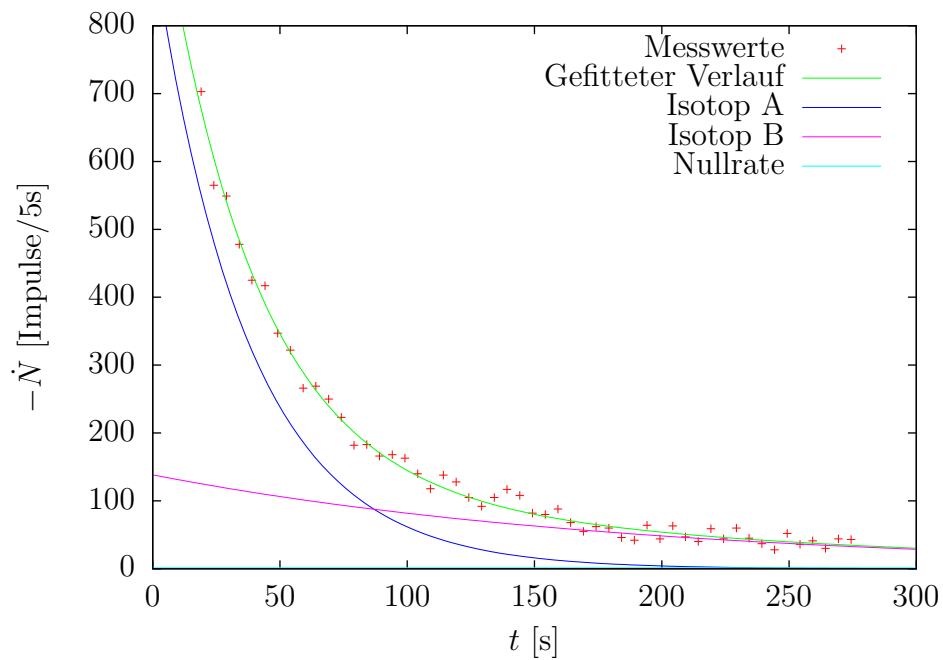
**Abbildung B:** Messung nach 1 min Aktivierung – linear

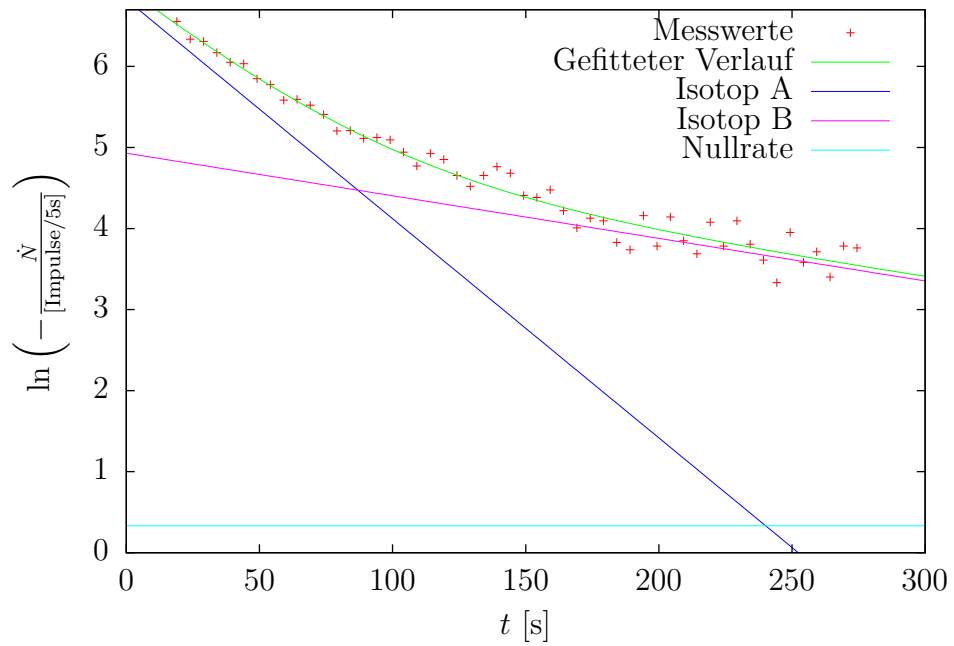


**Abbildung C:** Messung nach 1 min Aktivierung – halblogarithmisch

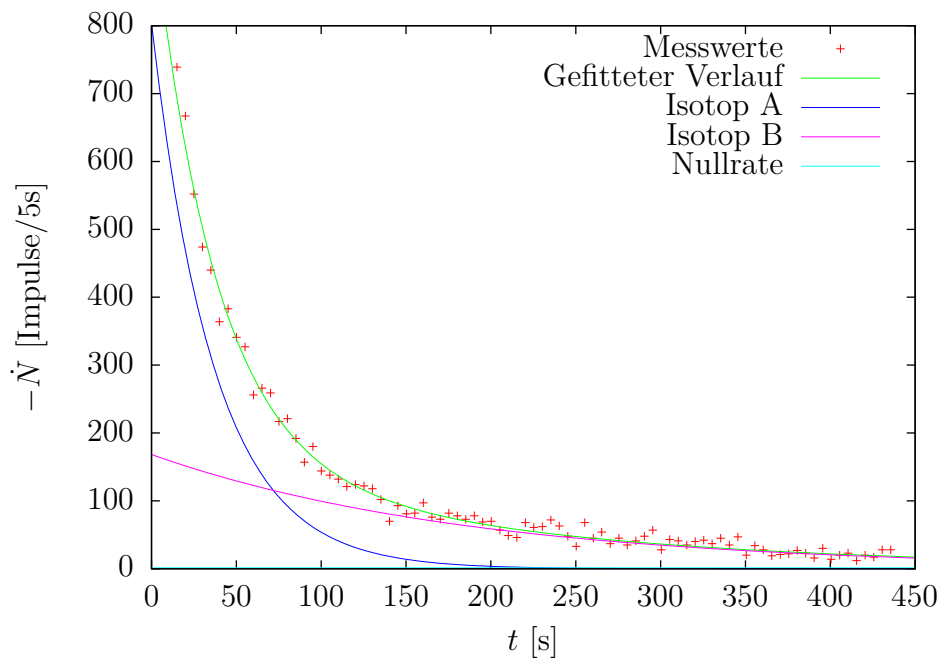


**Abbildung D:** Messung nach 2 min Aktivierung – linear

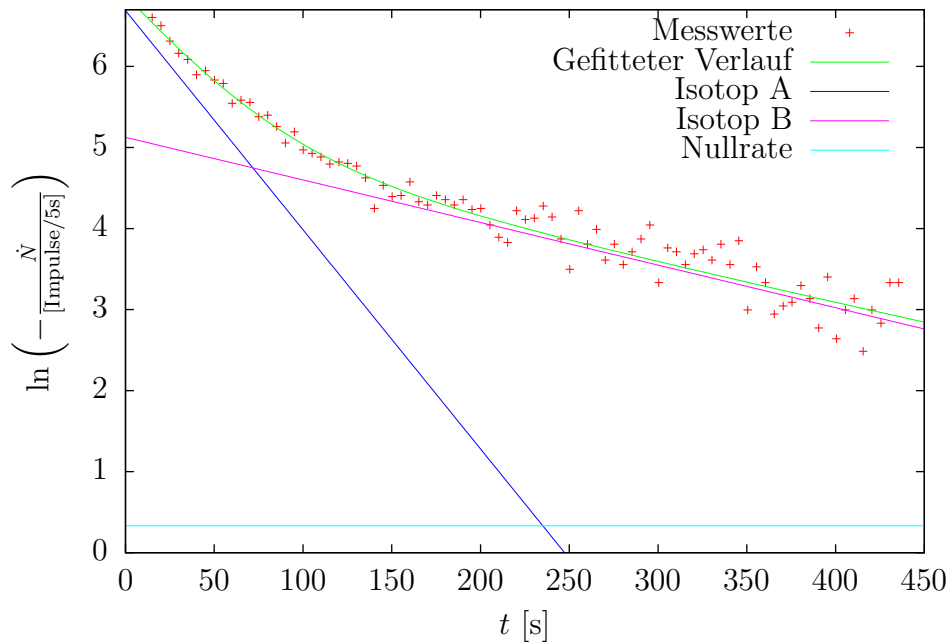
**Abbildung E:** Messung nach 2 min Aktivierung – halblogarithmisch**Abbildung F:** Messung nach 4 min Aktivierung – linear



**Abbildung G:** Messung nach 4 min Aktivierung – halblogarithmisch



**Abbildung H:** Messung nach 8 min Aktivierung – linear



**Abbildung I:** Messung nach 8 min Aktivierung – halblogarithmisch

## B. Literaturverzeichnis

- [DEM] Demtröder, Wolfgang. *Experimentalphysik 4*. Zweite Auflage. Berlin, 2004.
- [GER] Dieter Meschede. *Gerthsen Physik*. Zweiundzwanzigste Auflage. Berlin, 2003.
- [LP1] Lehrportal Physik. *Zerfallsarten*. Online im Internet: <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/4955>, abgerufen am 04.03.12, 14:10 Uhr.
- [LP2] Lehrportal Physik. *Radioaktivität*. Online im Internet: <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/4433>, abgerufen am 04.03.12, 15:06 Uhr.
- [WMC] Wikimedia Commons. *File:Geiger.png* Online im Internet: <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Geiger.png>, abgerufen am 04.03.12, 15:32 Uhr.