

# Versuch 19

## Prismen- und Gitterspektrometer

---

Praktikant:           Joscha Knolle  
                              Ole Schumann  
E-Mail:                joscha@htilde.de  
Durchgeführt am:   27.02.2013  
Abgabe:               04.03.2013

Testiert:

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2. Theorie</b>	<b>2</b>
2.1. Brechungsindex . . . . .	2
2.2. Dispersion und Brechung . . . . .	2
2.3. Auflösungsvermögen . . . . .	3
<b>3. Materialien &amp; Methoden</b>	<b>3</b>
3.1. Versuchsaufbau . . . . .	3
3.2. Prismenspektrometer . . . . .	4
3.3. Gitterspektrometer . . . . .	5
<b>4. Durchführung</b>	<b>6</b>
4.1. Aufbau des Spektralapparats . . . . .	6
4.2. Messungen am Prismenspektrometer . . . . .	6
4.3. Messungen am Gitterspektrometer . . . . .	7
<b>5. Auswertung</b>	<b>7</b>
5.1. Strahlengänge . . . . .	7
5.2. Bestimmung der Ablenkwinkel . . . . .	9
5.3. Winkelabstand der beiden gelben Linien . . . . .	10
5.4. Bestimmung der Spaltbreite . . . . .	10
5.5. Auflösungsvermögen des Prismas . . . . .	11
5.6. Ablenkwinkel beim Gitter . . . . .	12
5.7. Bestimmung der Gitterkonstanten . . . . .	13
5.8. Bestimmung der Wellenlängendifferenz der gelben Linien . . . . .	14
5.9. Auflösung des Gitters . . . . .	14
5.10. Wellenlänge der violetten Linie . . . . .	15
<b>6. Diskussion</b>	<b>16</b>
6.1. Diskussion der Werte für das Prisma . . . . .	16
6.2. Diskussion der Werte für das Gitter . . . . .	17
<b>A. Literaturverzeichnis</b>	<b>I</b>

## 1. Einleitung

Eines der wohl bekanntesten Plattencover der Welt ist das von Pink Floyds Album „The Dark Side of the Moon“ (siehe Abbildung 1), welches die Aufspaltung von weißem Licht in seine Spektralfarben beim Durchgang durch ein Prisma zeigt.



Abbildung 1: Cover [RS]

Die zugrunde liegende Ursache, die *Dispersion*, werden wir in diesem Versuch erläutern und uns mit dem Prisma als Spektroskop befassen sowie Begriffe wie *Auflösungsvermögen*, *Beugung*, *Brechung* und *Interferenz* erklären. Weiter werden wir ein Gitterspektrometer mit dem Prisma vergleichen und die erzielten Ergebnisse vergleichen.

## 2. Theorie

### 2.1. Brechungsindex

Der Brechungsindex  $n$  gibt das Verhältnis aus der Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c \approx 3 \times 10^8$  m/s und der Lichtgeschwindigkeit  $v$  in einem Medium an:

$$n = \frac{c}{v}. \quad (1)$$

Der Brechungsindex ist in der Regel von der Frequenz  $\omega$  des betrachteten Lichts abhängig, so dass sich Licht mit verschiedenen Frequenzen unterschiedlich schnell durch ein Medium bewegt. Dies führt direkt zu dem Begriff der *Dispersion*.

### 2.2. Dispersion und Brechung

Im Allgemeinen bezeichnet *Dispersion* die Abhängigkeit einer Größe von der Frequenz  $\omega$ . Für unsere Zwecke soll damit die Abhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit von der Frequenz gemeint sein.

Trifft also ein Strahl aus weißem Licht auf ein Prisma, so bewegen sich in diesem Medium die Strahlen mit unterschiedlichen Frequenzen verschieden schnell. An der Grenzfläche sorgt dieser Geschwindigkeitsunterschied für verschiedene Ablenkwinkel, so dass die jeweiligen Farbanteile unterschiedlich stark gebrochen werden. Quantitativ wird der Unterschied der Brechungswinkel durch das *Snelliussche Brechungsgesetz* beschrieben. Ist  $\vartheta_1$  der Einfallswinkel auf die Grenzfläche im Medium

mit Brechungsindex  $n_1$  und  $\vartheta_2$  der Ausfallwinkel im Medium mit Brechungsindex  $n_2$ , so gilt der Zusammenhang

$$n_1 \sin \vartheta_1 = n_2 \sin \vartheta_2. \quad (2)$$

Wird blaues Licht stärker gebrochen als rotes, ist also der Differentialquotient  $dn/d\lambda < 0$ , so spricht man von normaler Dispersion, ansonsten von anomaler Dispersion. Im Bereich des sichtbaren Lichtes zeigen die meisten Gläser normales dispersives Verhalten.

Die Winkeldispersion ist definiert als Änderung des Ablenkwinkels mit der Wellenlänge, also

$$D_W = \frac{d\delta}{d\lambda} = \frac{\partial\delta}{\partial n} \cdot \frac{dn}{d\lambda}. \quad (3)$$

### 2.3. Auflösungsvermögen

Da Licht verschiedener Wellenlängen unterschiedliche Interferenzphänomene hervorruft, kann bei einem Interferenzexperiment das auftretende Muster verschiedener Wellenlängen nach dem Rayleighschen Kriterium nur noch unterschieden werden, wenn das Hauptmaximum des Lichts mit der einen Wellenlänge genau auf das erste Minimum des Lichts mit einer anderen Wellenlänge fällt.

Allgemein bezeichnet man als Auflösungsvermögen für ein Interferenzexperiment das Verhältnis

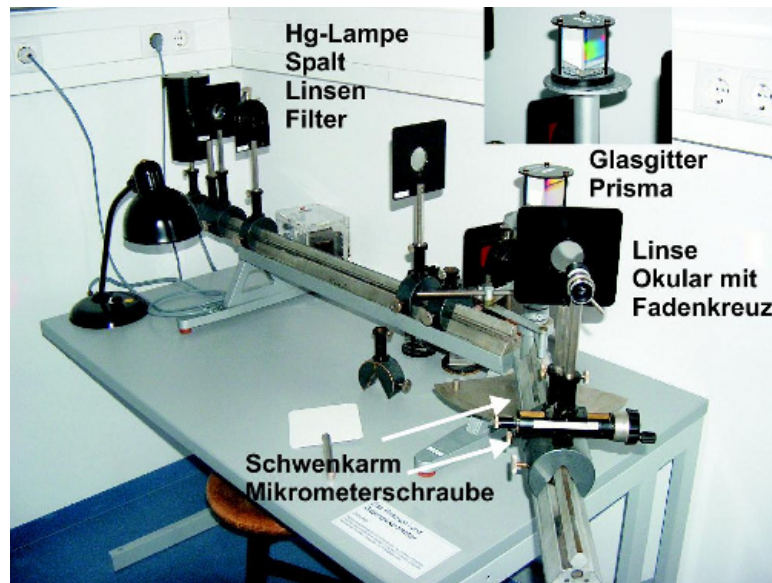
$$A := \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (4)$$

zwischen zwei Wellenlängen, die nur um eine kleine Differenz  $\Delta\lambda$  beieinander liegen, für die aber gerade noch getrennte Interferenzmaxima zu erkennen sind.

## 3. Materialien & Methoden

### 3.1. Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 2 dargestellt. Auf einer Schiene ist eine Quecksilberdampflampe aufgebaut, hinter der mit zwei Linsen und einem Spalt kohärentes Licht erzeugt wird. An der Schiene ist ein Schwenkarm mit einer Winkelskala montiert. Auf dem Gelenk befindet sich ein Tisch, auf das ein Prisma oder ein Glasgitter gestellt werden können. Auf dem Schwenkarm selber ist eine weitere Linse und ein Okular angebracht. Die vertikale Position des Okulars lässt sich mit einem Feintrieb einstellen.



**Abbildung 2:** Versuchsaufbau [LP]

Außerdem steht für den Versuch ein Rotfilter zur Verfügung. Wird er vor dem Tisch in den Strahlengang gestellt, so kann der Versuchsaufbau mit monochromatischem Licht justiert werden.

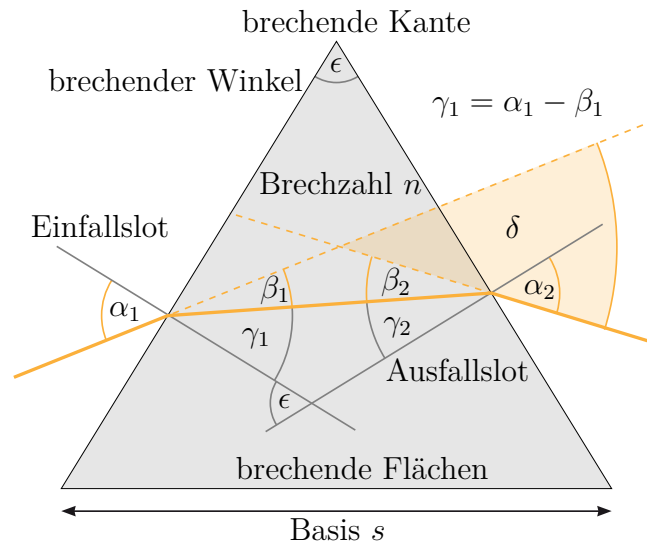
### 3.2. Prismenspektrometer

Wird auf den Tisch ein Prisma gestellt, so kann der Versuchsaufbau als Prismenspektrometer benutzt werden, um die Spektralfarben der Quecksilberdampfampe zu untersuchen.

In Abbildung 3 ist ein Prisma schematisch dargestellt. Für den Fall, dass ein Lichtstrahl das Prisma parallel zur Grundfläche passiert, ist der Ablenkwinkel  $\delta$  des Strahls minimal. Befindet sich das Prisma in Luft, so kann der Brechungsindex der Umgebung als  $n_1 \approx 1$  angenähert werden. Für den Fall der minimalen Ablenkung gilt weiter  $\alpha_1 = \alpha_2$  und  $\beta_1 = \beta_2$ .

Nun kann mit Hilfe einiger Winkelbeziehungen, des Brechungsgesetzes und einer trigonometrischen Identität der Zusammenhang zwischen der Geometrie des Prismas, dem Ablenkwinkel und dem Brechungsindex  $n_P$  des Prismas formuliert werden:

$$n_P = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{\min} + \epsilon}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\epsilon}{2}\right)}. \quad (5)$$



**Abbildung 3:** Winkeldefinitionen im Prisma [LP]

Dieser Zusammenhang wird auch *Fraunhofer-Formel* genannt. Zur Messung eignet sich eine Einstellung des Prismas auf den Einfallswinkel am besten, an dem gerade dieser minimale Ablenkwinkel erreicht wird, da dann der gemessene Ablenkwinkel nur wenig vom Einfallswinkel abhängt und das Auflösungsvermögen dabei maximal wird. [WAL, S. 166 f.]

Das Auflösungsvermögen eines Prismas kann mit der effektiven Basisbreite

$$B = 2d \frac{\sin(\epsilon/2)}{\cos(\frac{\delta+\epsilon}{2})} \quad (6)$$

formuliert werden als

$$A_{\text{Prisma}} = B \frac{dn}{d\lambda}. \quad (7)$$

Dabei bezeichnet  $d$  die Breite des einfallenden Lichtbündels.

### 3.3. Gitterspektrometer

Außerdem kann ein optisches Gitter auf den Tisch gestellt werden, wodurch der Versuchsaufbau als Gitterspektrometer fungiert. An jedem Spalt des Gitters entsteht beim Durchgang von Licht eine Huygensche Elementarwelle. Man beobachtet dann die Interferenz dieser Elementarwellen, die von der Wellenlänge des verwendeten Licht abhängt, und kann so die spektralen Eigenschaften der Quecksilberdampfampe untersuchen.

Das Auflösungsvermögen eines Gitters ergibt sich nach [WAL, S. 208] zu

$$A_{\text{Gitter}} = k \cdot N. \quad (8)$$

Dabei bezeichnet  $N$  die Anzahl der Spalte des Gitters und  $k$  die Ordnung der Interferenzmuster, die beobachtet werden soll.

## 4. Durchführung

### 4.1. Aufbau des Spektralapparats

Zuerst haben wir den Spektralapparat aufgebaut. Dazu haben wir mit einem Schirm den Brennpunkt hinter der ersten Linse gesucht und genau an diese Stelle den Spalt gesetzt. Die zweite Linse wurde wiederum so hinter den Spalt gebracht, dass dieser sich in der Brennweite befindet. Auch das wurde mit dem Schirm kontrolliert, indem die Größe des Lichtflecks in verschiedenen Abständen hinter der zweiten Linse verglichen wurde.

Anschließend wurde die dritte Linse auf dem drehbaren Arm so positioniert, dass der Spalt im Okular scharf abgebildet wurde. Dann haben wir den Arm so verschoben und die Position des Okulars so angepasst, dass das Fadenkreuz des Okulars genau auf die Mitte des Spaltbilds zeigte.

Alle Abstände, die Position auf der Winkelskala und die relative Höhe des Okulars wurden notiert.

### 4.2. Messungen am Prismenspektrometer

Die folgenden Schritte haben wir zuerst mit dem Kronglas-Prisma und anschließend mit dem Prisma aus schwerem Flintglas durchgeführt. Dabei wurde jeweils zuerst die Basislänge des Prismas ausgemessen und notiert.

Zunächst wurde das Prisma auf dem Tisch so positioniert, dass es auf den minimalen Ablenkungswinkel eingestellt ist. Dazu haben wir mit dem Schirm das Beugungsmuster sichtbar gemacht und das Prisma so gedreht, dass die Ablenkung minimal wurde.

Nun wurde der Schwenkarm gedreht, sodass das Fadenkreuz des Okulars genau auf die orange-gelbe Linie zeigt. Der Winkel dieser Linie wird notiert, und anschließend mit dem Feintrieb das Okular auf die grüne Linie eingestellt und die Verschiebung notiert.

Anschließend wurde ein weiterer Spalt vor das Prisma gebracht und die Spaltbreite solange verkleinert, bis die beiden Linien gerade noch getrennt wahrnehmbar

waren. Der so eingestellte Spalt wurde an die Stelle des ersten Spalts gebracht, das Prisma entfernt und ein Rotfilter eingestellt, sodass die Spaltbreite mit dem Okular ausgemessen werden konnte. Dazu haben wir die relativen Positionen des rechten und des linken Spaltendes notiert.

### 4.3. Messungen am Gitterspektrometer

Im zweiten Versuchsteil wird nun das Gitter auf den Tisch gestellt und so gedreht, dass das einfallende Licht genau senkrecht auf das Gitter fällt. Zunächst wurde der Winkel, unter dem im Okular das Hauptmaximum, erkennbar als weiße Linie, beobachtet wird, gemessen und notiert. Dann haben wir die folgenden Schritte jeweils für die Maxima erster Ordnung, vierter Ordnung und achter Ordnung durchgeführt.

Zunächst haben wir dann die Winkel, unter denen die Maxima des violetten, des grünen und des orange-gelben Lichts beobachtet werden, ausgemessen und notiert. Dann haben wir mit dem Feintrieb des Okulars den Abstand zwischen den beiden gelben Linien sowie den Abstand zwischen der orange-gelben und der grünen Linie bestimmt.

Anschließend wurden vor das Gitter Spalte verschiedener Spaltbreiten gebracht, sodass die Breite des einfallenden Lichtbündels reduziert wurde. Wir haben die Spaltbreite solange verkleinert, bis die beiden gelben Linien gerade noch getrennt wahrnehmbar waren, und die zugehörige Spaltbreite notiert.

## 5. Auswertung

### 5.1. Strahlengänge

In den Abbildungen 4(a) und 4(b) sind die Strahlengänge zur Justierung des Spektralapparats und zur Ausmessung des Spaltabstands gezeichnet.

Man erkennt dort, dass der Spalt genau in den Brennweiten der Linsen 1 und 2 steht und so nahezu kohärentes Licht in Richtung der zweiten Linse beugt. Nach der zweiten Linse ist dieses Licht parallel und trifft auf das Prisma, an welchem es in Richtung Linse 3 gebrochen wird. Das Okular steht wiederum in der Brennweite der dritten Linse, so dass das vom Gitter gebeugte Licht beim Beobachter fokussiert wird.

Bei der Vermessung der Spaltbreite wurde das Prisma entfernt und ein Rotfilter eingesetzt. Die Linsenkonstruktion, also insbesondere auch die Abstände, wurden



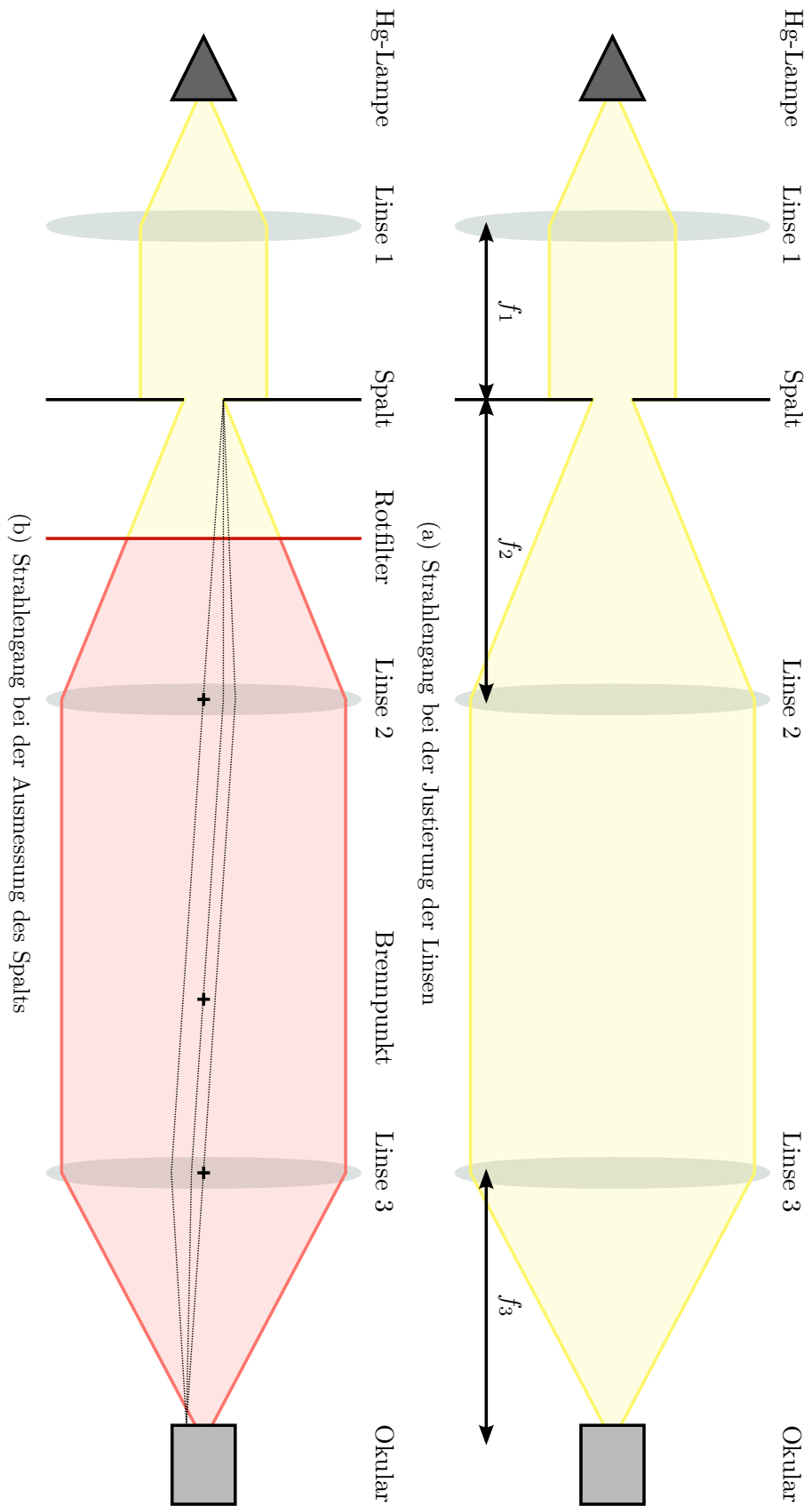


Abbildung 4: Strahlengang

hier nicht verändert, so dass im Okular weiterhin das fokussierte Licht aus dem Spalt auftritt.

## 5.2. Bestimmung der Ablenkungswinkel

Unsere Nulllagen wurde so festgelegt, dass bei dem Blick durch das Okular (ohne Prisma im Strahlengang) das Licht der Quecksilberdampfampe scharf in der Mitte des Fadenkreuzes zu erkennen war. Diese Nulllage war bei einem Winkel des Schwenkarms von  $\alpha_0 = (-1,80 \pm 0,05)^\circ$  und bei einer Einstellung des Feintriebs von  $r_0 = (18,265 \pm 0,005)$  mm gegeben. Den Winkel des Schwenkarms wollen wir mit  $\alpha$  bezeichnen und die horizontale Verschiebung des Okulars mit  $r$ .

Der Abstand  $s$  zwischen Okular und Prisma wurde aus der Summe der Abstände von Prisma und Linse 3 ( $s_1$ ) sowie von Linse 3 und Okular ( $f_3$ ) bestimmt. Wir haben den Abstand  $s_1$  zu  $(31,00 \pm 0,05)$  cm gemessen und die Brennweite der Linse 3 war mit 20 cm angegeben. Damit folgt  $s = (51,00 \pm 0,05)$  cm.

Somit kann man den tatsächlichen Ablenkungswinkel  $\delta$  der Lichtstrahlen bestimmen zu

$$\delta = \alpha - \alpha_0 + \arctan\left(\frac{|r - r_0|}{s}\right). \quad (9)$$

Da wir aber hauptsächlich an den Winkeldifferenzen zwischen den einzelnen Farbstreifen interessiert sind und wir zur Bestimmung dieser den Schwenkarm nicht bewegt haben, können wir die Differenzen leichter über

$$\Delta\delta = \arctan\left(\frac{|r - r_0|}{s}\right) \quad (10)$$

berechnen. Den Fehler für die Differenz  $\Delta r = r - r_0$  haben wir als  $\sigma_{\Delta r} = 0,03$  mm angenommen und den Fehler der Abstandsmessung wie oben als  $\sigma_s = 0,05$  cm. Damit ergibt sich der Fehler für die Winkeldifferenzen zu

$$\sigma_{\Delta\delta} = \frac{s}{s^2 + \Delta r^2} \sqrt{\sigma_{\Delta r}^2 + \sigma_{\Delta s}^2}. \quad (11)$$

Wir erhalten so die in Tabelle 1 angegebenen Werte.

Prismenmaterial	$\alpha_{\text{gelb}} [^\circ]$	$\Delta\delta [^\circ]$
Kronglas	$37,0 \pm 0,1$	$0,059 \pm 0,001$
schweres Flintglas	$58,0 \pm 0,1$	$0,119 \pm 0,001$

**Tabelle 1:** Ablenkungswinkel der gelben Linie  $\alpha_{\text{gelb}}$  und Winkeldifferenz zwischen gelber und grüner Linie  $\Delta\delta$

### 5.3. Winkelabstand der beiden gelben Linien

Zur Auswertung dieses Teils nehmen wir an, dass die Winkeldispersion  $d\delta/d\lambda$  konstant ist. Bezeichne  $\Delta\phi$  den Winkelabstand zwischen den beiden gelben Linien,  $\Delta\delta$  weiterhin den Winkelabstand zwischen der gelben und der grünen Linie und sei  $\Delta\lambda_{1,2} = \lambda_1 - \lambda_2$  der Wellenlängenunterschied zwischen den beiden gelben Linien. Dabei ist  $\lambda_1 = 579,07 \text{ nm}$  und  $\lambda_2 = 576,96 \text{ nm}$ . Bezeichnen wir die Wellenlänge des grünen Streifens mit  $\lambda_3 = 546,07 \text{ nm}$  und  $\Delta\lambda_{1,3} = \lambda_1 - \lambda_3$ , so gilt nach obiger Annahme

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\delta}{\Delta\lambda_{1,3}} &= \text{const.} = \frac{\Delta\phi}{\Delta\lambda_{1,2}} \\ \Rightarrow \Delta\phi &= \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_3} \Delta\delta. \end{aligned} \quad (12)$$

Da wir die Wellenlängenabgaben als exakt annehmen, ist nur die Größe  $\Delta\delta$  fehlerbehaftet. Der Fehler beträgt somit

$$\sigma_{\Delta\phi} = \sigma_{\Delta\delta} \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_3}. \quad (13)$$

Damit finden wir für das Kronglas einen Wert von  $\Delta\phi_K = (0,00377 \pm 0,00008)^\circ$  und für das Flintglas einen Wert von  $\Delta\phi_F = (0,00761 \pm 0,00008)^\circ$ .

Für die Winkeldispersion findet man so Werte von

$$D_{WK} = \frac{\Delta\phi_K}{\lambda_1 - \lambda_2} = (1,79 \pm 0,04) \times 10^6 \text{ }^\circ/\text{m} \quad \text{und} \quad (14)$$

$$D_{WF} = \frac{\Delta\phi_F}{\lambda_1 - \lambda_2} = (3,61 \pm 0,04) \times 10^6 \text{ }^\circ/\text{m}, \quad (15)$$

wobei die Fehler über die Formel  $\sigma_{D_W} = \sigma_{\Delta\phi}/(\lambda_1 - \lambda_2)$  berechnet wurden.

### 5.4. Bestimmung der Spaltbreite

Die durch das Okular beobachtete Spaltbreite ist nicht mit der realen Spaltbreite gleichzusetzen, da das Bild durch die beiden Linsen vergrößert wurde. Für den Vergrößerungsfaktor  $V$  gilt

$$V := \frac{\text{Gegenstandsweite}}{\text{Bildweite}}. \quad (16)$$

Die Bildweite ist bei uns durch die Summe der Brennweiten der dritten Linse und des Okulars gegeben. Da die Brennweite des Okulars aber nicht bekannt ist und als klein genähert wird, folgt, dass die Bildweite in etwa der Brennweite der dritten Linse entspricht.

Die Gegenstandsweite ist durch die Brennweite der zweiten Linse gegeben. Somit folgt für die im Okular gesehene Spaltbreite  $b'$ :

$$b' = \frac{f_3}{f_2} b. \quad (17)$$

Das Ausmessen der Spaltbreite bei eingebautem Rotfilter ergab für das Kronglas einen Wert von  $b'_K = 6,04 \text{ mm}$  und für das schwere Flintglas einen Wert von  $b'_F = 0,515 \text{ mm}$ .

Somit folgt für die wahren Spaltbreiten

$$b_K = (8,3 \pm 0,1) \text{ mm} \quad \text{und} \quad b_F = (2,08 \pm 0,05) \text{ mm}. \quad (18)$$

Die Fehler berechnen sich hier über die Formel

$$\sigma_b = b \sqrt{\left(\frac{\sigma_{f_2}}{f_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{b'}}{b'}\right)^2}. \quad (19)$$

## 5.5. Auflösungsvermögen des Prismas

Wir wollen nun das theoretische Auflösungsvermögen nach Gleichung (4) mit dem tatsächlichen Auflösungsvermögen nach Gleichung (7) vergleichen. Das theoretische Auflösungsvermögen ergibt sich unter Verwendung der gelben Spektrallinien zu

$$A = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} = 274,44. \quad (20)$$

Um das tatsächliche Auflösungsvermögen bestimmen zu können, müssen wir zunächst aus der Winkeldispersion  $D_K$  beziehungsweise  $D_F$  die Dispersion  $D = dn/d\lambda$  gewinnen. Leitet man Gleichung (5) nach  $\delta$  ab und setzt den Kehrwert dieser Ableitung in Gleichung (3) ein, so erhält man nach Umstellen

$$D = \frac{dn}{d\lambda} = \frac{D_W \cos\left(\frac{1}{2}(\delta + \epsilon)\right)}{2 \sin(\epsilon/2)}. \quad (21)$$

Da wir mit gleichseitigen Prismen gearbeitet haben, gilt für den Öffnungswinkel  $\epsilon = 60^\circ$ . Der Ablenkwinkel  $\delta$  berechnet sich nach Gleichung (9). So findet man schließlich für das Kronglas einen Wert von  $D_K = (1,16 \pm 0,05) \times 10^6 \text{ }^\circ/\text{m}$  und für das schwere Flintglas  $D_F = (1,80 \pm 0,08) \times 10^6 \text{ }^\circ/\text{m}$ . Die Fehler für diese beiden Werte ergeben sich nach der Fehlerfortpflanzung zu

$$\sigma_D = D \sqrt{\left(\frac{\sigma_{D_W}}{D_W}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\delta}{2} \tan\left(\frac{\delta + \epsilon}{2}\right)\right)^2}. \quad (22)$$

Zur Berechnung des tatsächlichen Auflösungsvermögens benötigen wir weiter die effektive Basisbreite  $B$  nach Gleichung (6), welche sich mit Hilfe der Spaltbreiten  $b_K$  und  $b_F$  berechnen lässt. Es folgt  $B_K = (12,77 \pm 0,03)$  mm und  $B_F = (4,16 \pm 0,03)$  mm. Somit findet man für die Auflösung der Prismen

$$A_K = B_K \frac{dn}{d\lambda} = 259,06 \pm 0,02 \quad \text{und} \quad A_F = B_F \frac{dn}{d\lambda} = 131,20 \pm 0,02. \quad (23)$$

Zu beachten ist hier, dass die Dispersion  $dn/d\lambda$  zuerst in die Einheit rad/m umgerechnet werden muss, bevor die Auflösung berechnet wird. Der Fehler des Auflösungsvermögens wurde über die Gleichung

$$\sigma_A = \sqrt{(D\sigma_B)^2 + (B\sigma_D)^2} \quad (24)$$

berechnet, wobei  $\sigma_B$  den Fehler für die jeweilige effektive Basisbreite beschreibt.

Möchte man das maximal erreichbare Auflösungsvermögen bestimmen, so wählt man als effektive Basis die gesamte Prismenlänge von  $l_K = 5,1$  cm beziehungsweise  $l_F = 5,85$  cm. Dann folgt

$$A_{K_{\max}} = l_K \frac{dn}{d\lambda} = 1034,69 \pm 0,06 \quad \text{und} \quad A_{F_{\max}} = l_F \frac{dn}{d\lambda} = 1844,49 \pm 0,07. \quad (25)$$

Für eine fest vorgegebene Wellenlänge von z. B.  $\lambda_1 = 579,07$  nm ist also noch ein Wellenlängenunterschied von  $\Delta\lambda_1$  aufzulösen, wenn für die Prismen folgende Relation erfüllt ist:

$$\Delta\lambda_{1K} = \frac{\lambda_1}{A_{K_{\max}}} \quad \text{bzw.} \quad \Delta\lambda_{1F} = \frac{\lambda_1}{A_{F_{\max}}}, \quad (26)$$

also  $\Delta\lambda_{1K} = 0,56$  nm und  $\Delta\lambda_{1F} = 0,31$  nm.

## 5.6. Ablenkwinkel beim Gitter

Wir wollen nun die Ablenkwinkel der einzelnen vermessenen Linien bestimmen. Die Nulllage des Schwenkarms liegt wieder bei  $\alpha_0 = -1,8^\circ$ , wo auch das nullte Maximum des Beugungsmusters zu sehen ist. In Tabelle 2 sind die gemessenen Winkel  $\alpha$  und die um die Nulllage korrigierten Winkel  $\alpha'$  aufgetragen, welche die wahre Ablenkung angeben.

Außerdem wurde wie in Abschnitt 5.2 aus den Einstellungen an der Mikrometerschraube am Okular der Winkelabstand  $\phi$  zwischen den gelben Linien und der Winkelabstand  $\psi$  zwischen der gelben und grünen Linie berechnet. Hier wurde dieselbe Formel wie in Gleichung (10) verwendet.

Bezeichnung	$\alpha$ [°]	$\alpha'$ [°]	Gitterkonstante $g$ [µm]
0. Maximum	-1,8	0	—
1. Maximum violett	0,5	2,3	$10,2 \pm 0,6$
1. Maximum grün	1,1	2,9	$10,8 \pm 0,6$
1. Maximum gelb	1,3	3,1	$10,7 \pm 0,6$
4. Maximum violett	5,8	7,6	$12,3 \pm 0,7$
4. Maximum grün	7,6	9,4	$13,4 \pm 0,7$
4. Maximum gelb	11,6	13,4	$10,0 \pm 0,5$
8. Maximum violett	23,9	25,7	$7,5 \pm 0,4$
8. Maximum grün	24,1	25,9	$10,0 \pm 0,5$
8. Maximum gelb	26,7	28,5	$9,7 \pm 0,5$

**Tabelle 2:** Wahre Ablenkungswinkel der Spektrallinien

In Tabelle 3 sind diese Winkel aufgetragen. Als Fehler haben wir bei der Messung der Abstände  $r$  wie oben eine Abweichung von  $\sigma_{\Delta r} = 0,03$  mm angenommen, so dass sich aus Gleichung (11) der Fehler der Winkelabweichung zu  $\sigma_{\phi} = 1/1000^\circ$  ergibt. Der Fehler ist für alle Messwerte in etwa gleich groß, da dieser hauptsächlich durch den Fehler in der Abstandsmessung  $s$  dominiert wird.

Bezeichnung	gelb-gelb			gelb-grün		
	$\Delta r$ [mm]	$\phi$ [°]	$g$ [µm]	$\Delta r$ [mm]	$\psi$ [°]	$g$ [µm]
1. Ordnung	0,48	0,054	2,24	1,03	0,115	16,34
4. Ordnung	0,27	0,030	15,942	2,749	0,313	24,129
8. Ordnung	0,37	0,042	23,267	4,535	0,509	29,69

**Tabelle 3:** Winkeldifferenzen zwischen den Spektrallinien

## 5.7. Bestimmung der Gitterkonstanten

Nach [DEM] gilt für die Winkel  $\varphi_n$  unter denen Intensitätsmaxima  $n$ -ter Ordnung bei einem Gitter auftreten

$$\sin \varphi_n = \frac{n\lambda}{g} \Leftrightarrow g = \frac{n\lambda}{\sin \varphi_n}, \quad (27)$$

wobei  $g$  die Gitterkonstante und  $\lambda$  die verwendete Wellenlänge ist. Zur Auswertung dieses Teils haben wir die Wellenlängenangaben verwendet, die in [LP] zu finden sind. Der Fehler berechnet sich zu

$$\sigma_g = \sigma_{\varphi_n} n\lambda \frac{\cos \varphi_n}{\sin^2 \varphi_n}. \quad (28)$$

Für die Werte aus Tabelle 2 entspricht  $\varphi$  gerade dem Winkel  $\alpha'$  und für die Werte aus Tabelle 3 wird für  $\varphi$  die gemessene Winkeldifferenz  $\phi$  bzw.  $\psi$  verwendet. So ergeben sich die in der vierten (Tabellen 2 und 3) beziehungsweise siebten (Tabelle 3) Spalte angegebenen Werte für die Gitterkonstante  $g$ .

Zu den Werten in Tabelle 3 ist aufgrund der hohen Abweichungen untereinander eine Fehlerangabe über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung nicht sinnvoll. Diese Werte haben wir auch für die Bildung des gewichteten Mittels ignoriert. So ergibt sich unser Wert für die Gitterkonstante zu

$$g = (9,9 \pm 0,2) \mu\text{m}. \quad (29)$$

### 5.8. Bestimmung der Wellenlängendifferenz der gelben Linien

Setzt man in Gleichung (28) für  $\lambda$  die Wellenlängendifferenz  $\Delta\lambda$  der gelben Linien ein und verwendet die eben gefundene Gitterkonstante  $g$  als gegebene Größe, so kann man durch Umstellen der Gleichung  $\Delta\lambda$  bestimmen:

$$\Delta\lambda = \frac{g \sin \phi}{n}. \quad (30)$$

Der Fehler berechnet sich zu

$$\sigma_{\Delta\lambda} = \sqrt{\left(\frac{\sin \phi}{n} \sigma_g\right)^2 + \left(\sigma_\phi \frac{g}{n} \cos \phi\right)^2}, \quad (31)$$

wobei  $\sigma_\phi$  der Fehler bei der Bestimmung der Winkeldifferenz zwischen den gelben Linien ist und  $\sigma_g$  der Fehler der Gitterkonstanten  $g$  ist. So findet man für die erste Ordnung

$$\Delta\lambda^{(1)} = (9,3 \pm 2,0) \text{ nm} \quad (32)$$

und für die vierte beziehungsweise achte Ordnung

$$\Delta\lambda^{(4)} = (1,3 \pm 0,4) \text{ nm} \quad \text{und} \quad \Delta\lambda^{(8)} = (0,9 \pm 0,3) \text{ nm}. \quad (33)$$

### 5.9. Auflösung des Gitters

Das tatsächliche Auflösungsvermögen des Gitter berechnet sich nach Gleichung (4) für die gelbe Linie mit  $\lambda_1 = 579,07 \text{ nm}$  und  $\lambda_2 = 576,96 \text{ nm}$  genau wie bei dem Prisma zu

$$A_{\text{min.}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} = 274,44. \quad (34)$$

Dies ist das Auflösungsvermögen, welches das Gitter mindestens hat, da die gelben Linien getrennt voneinander aufgelöst werden konnten.

Das theoretische Auflösungsvermögen berechnet sich nach Gleichung (8) über die Anzahl der Spalte  $N$  und die Ordnung  $k$ , die beobachtet wird. Die Anzahl der Spalte  $N$ , die beleuchtet werden, können wir aus der Gitterkonstanten  $g$  nach Gleichung (30) und der Blendenbreite  $d_{\min}$  bestimmen. Bei eingestellter Blende von  $d_{\min}$  konnten die gelben Linien gerade noch getrennt voneinander beobachtet werden. So folgt für das theoretische Auflösungsvermögen

$$A_{\text{theo.}} = k \cdot N = k \frac{d_{\min}}{g}. \quad (35)$$

Für die Ordnungen (1), (4) und (8) ergeben sich somit die folgenden Auflösungsvermögen

$$A_{\text{theo.}}^{(1)} = 227 \pm 4 \quad \text{und} \quad A_{\text{theo.}}^{(4)} = 403 \pm 7 \quad \text{und} \quad A_{\text{theo.}}^{(8)} = 605 \pm 10. \quad (36)$$

Der Fehler berechnet sich jeweils über die Formel

$$\sigma_{A_{\text{theo.}}} = \frac{A}{g} \sigma_g. \quad (37)$$

Hier nehmen wir an, dass die Wahl der minimalen Spaltbreite fehlerfrei war. Dies geschieht, da sich dieser eher systematische Fehler schwer quantifizieren lässt.

Das maximal erreichbare Auflösungsvermögen in der ersten Ordnung ist dann gegeben, wenn das gesamte Gitter ausgeleuchtet wird. Da das Prisma eine Breite von  $b = 1,5 \text{ cm}$  hat, folgt so das maximale Auflösungsvermögen

$$A_{\text{max.}} = k \cdot N = 1 \cdot \frac{b}{g} = 1513 \pm 25. \quad (38)$$

## 5.10. Wellenlänge der violetten Linie

Als letztes wollen wir noch die Wellenlänge der beobachteten violetten Spektrallinie bestimmen. Dazu verwenden wir wieder den bekannten Zusammenhang aus Gleichung (28) und stellen diese Gleichung nach der Wellenlänge  $\lambda_{\text{violett}}$  um, so dass

$$\lambda_{\text{violett}} = g \frac{\sin \varphi_k}{k}. \quad (39)$$

Der Fehler berechnet sich über die Fehlerfortpflanzung zu

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\left(\frac{\sin \varphi_k}{k} \sigma_g\right)^2 + \left(\sigma_{\varphi_k} \frac{g}{k} \cos \varphi_k\right)^2}. \quad (40)$$

Die Ergebnisse sind in Tabelle 4 dargestellt. Nur für den ersten Wert liegt die tatsächliche Wellenlänge von  $\lambda_{\text{real}} = 407,78 \text{ nm}$  im Fehlerintervall unserer Daten.



Ordnung $k$	$\varphi_k$ [°]	$\lambda_{\text{violett}}$ [nm]
1	2,3	$398 \pm 11$
4	7,6	$328 \pm 6$
8	25,7	$537 \pm 9$

**Tabelle 4:** Bestimmung der Wellenlänge der violetten Linie

## 6. Diskussion

### 6.1. Diskussion der Werte für das Prisma

Zur Bestimmung der Ablenkungswinkel musste die Entfernung  $s$  zwischen Prisma und Okular bestimmt werden. Zwar wurde in Lineal mit Millimetermarkierungen verwendet, jedoch ist der entstandene Fehler wahrscheinlich größer anzunehmen als ein halber Skalenteil, da die Ausdehnungen des Prismas und des Okulars nicht präzise berücksichtigt werden konnten. Somit sind die Ablenkungswinkel  $\delta$  wahrscheinlich mit einem größerem Fehler anzunehmen.

Das hauptsächliche Problem bei der Durchführung ergab sich dadurch, dass die beiden gelben Linien mit dem Prisma praktisch nicht getrennt aufgelöst werden konnten. Auch die eine zu erkennende „gelbe“ Linie war eher orange, da sie sich mit einer roten Linie überlagerte. Gleichzeitig konnte kein wohldefinierter Abstand zwischen gelber und grüner Linie gemessen werden, da diese sich teilweise auch überlagerten und die Ausdehnung der Linien es schwer machte, von einem einzigen Abstand zu sprechen. Wir versuchten dies dadurch zu umgehen, dass wir die Mittelpunkte anpeilten, was aber aufgrund der Überlagerung nicht problemlos möglich war. Die Werte für die Winkelabstände der gelben und grünen Linie sind also mit Vorsicht zu betrachten.

Das Ausmessen der Spaltbreite war zwar technisch gut umzusetzen, jedoch ist zumindest der Wert für die Spaltbreite beim Kronglas anzuzweifeln, da der Spalt sicherlich kleiner war als 8,3 mm.

Die für das Kronglas berechnete Dispersion ist verglichen mit der Herstellerangabe von  $3,47^\circ/\text{m}$  etwa um den Faktor 3 zu klein. Bei dem schweren Flintglas ist die Abweichung mit rund 830 % noch einmal eklatant viel größer.

Sowohl das Auflösungsvermögen des Kronglasprismas als auch das des Flintglasprismas liegen unter dem, das für eine Beobachtung der beiden gelben Linien nötig wäre. Dies deckt sich zwar damit, dass wir arge Probleme hatten, beide Linien aufzulösen, jedoch war es wohl nicht im Sinne des Versuchs, Prismen bereitzustellen, die gar nicht in der Lage sind, das zu Beobachtende darzustellen.

## 6.2. Diskussion der Werte für das Gitter

Die Messung mit dem Gitter verlief im Vergleich zu dem Prisma wesentlich leichter. Jedoch war es auch hier schwierig, in den niedrigen Ordnungen Abstände zwischen den gelben Linien zu messen, so dass die in Tabelle 3 angegebenen Ablenkwinkel daraus resultierten, dass zwischen der gelben und der grünen Linie gemittelt wurde. Man erkennt dies auch daran, dass der Winkelabstand  $\phi$  in der ersten Ordnung größer ist als in den höheren Ordnungen.

Mit Hilfe der  $\alpha'$ -Werte aus Tabelle 2 konnte die Gitterkonstante auf etwa  $g = 10 \mu\text{m}$  bestimmt werden, was von der Größenordnung her als ein sinnvoller Wert erscheint. Die Winkeldifferenzen der gelben Linien bzw. des gelb-grün-Übergangs lieferten hingegen keine konsistenten Werte für die Gitterkonstante und wurden daher für die Berechnung des gewichteten Mittels nicht beachtet.

Die Wellenlängendifferenzen zwischen den gelben Linien lieferten für die verschiedenen Ordnungen stark abweichende Werte. Insbesondere der Wert für die erste Ordnung weicht um einen Faktor 10 von dem Wert der achten Ordnung ab. Dies ist erneut darauf zurückzuführen, dass der Winkel  $\phi$  zwischen den gelben Linien offenbar nicht korrekt bestimmt wurde. Jedoch unterschätzen die beiden anderen Werte den wahren Wellenlängenunterschied von  $\Delta\lambda = 2,11 \text{ nm}$  um mindestens 50 %, so dass hier auch nicht von einer geglückten Messung gesprochen werden kann.

Das Auflösungsvermögen des Gitters liefert nur in sofern konsistente Werte zur Beobachtung, als dass das Auflösungsvermögen in der ersten Ordnung rechnerisch kleiner ist als das benötigte Auflösungsvermögen, um die zwei gelben Linien getrennt voneinander wahrnehmen zu können. Da allerdings ähnlich Probleme auch in den höheren Ordnungen auftraten und hier das rechnerische Auflösungsvermögen weit über dem benötigten liegt, können erneut die Werte nicht als sonderlich verlässlich angesehen werden. Einzig die Größenordnung könnte stimmen.

Die Wellenlänge der violetten Spektrallinie, die laut [LP] bei  $\lambda_{\text{violett}} = 407,78 \text{ nm}$  beziehungsweise  $\lambda_{\text{violett}} = 404,66 \text{ nm}$  liegt, konnte in der ersten Ordnung so gut berechnet werden, dass sich der reale Wert im Fehlerintervall des rechnerischen Wertes befindet. Auch in der zweiten Ordnung ist der rechnerische Wert „nur“ etwa 20 % vom realen Wert entfernt, was für diesen Versuch schon ein vernünftiger Fehlerbereich zu sein scheint.

In der achten Ordnung ist die Abweichung hingegen wieder enorm hoch, so dass hier wahrscheinlich ein Messfehler vorliegt.

## A. Literaturverzeichnis

- [WAL] Walcher, Wilhelm. *Praktikum der Physik*. Achte Auflage. Wiesbaden, 2004.
- [LP] Lehrportal Physik. *Das Prismen- und Gitterspektrometer*. Online im Internet: <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/4318>, abgerufen am 27.02.13, 15:42 Uhr.
- [DEM] Demtröder, Wolfgang. *Experimentalphysik 2. Elektrizität und Optik*. Vierte Auflage. Berlin, 2006.
- [RS] Mentz, Miriam. *Cover Voting 2012: Ein Blick auf Pink Floyd – "The Dark Side Of The Moon"*. Online im Internet: <http://www.rollingstone.de/magazin/features/article129480/pink-floyd-the-dark-side-of-the-moon.html>, abgerufen am 28.02.13, 14:20 Uhr.