

Versuch 15

Dia- und Paramagnetismus

Praktikant: Joscha Knolle
Ole Schumann
E-Mail: joscha@zimmer209.eu
Durchgeführt am: 14.09.2012
Abgabe: 18.09.2012

Testiert:

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	2
2. Theorie	2
2.1. Dia- und Paramagnetismus	2
2.2. Magnetisierung und Suszeptibilität	2
2.3. Energie und Kraft auf Festkörper im Magnetfeld	3
3. Durchführung	4
3.1. Versuchsaufbau	4
3.2. Erste Messreihe	4
3.3. Zweite Messreihe	5
4. Auswertung	5
4.1. Magnetische Flussdichte der Polschuhe	5
4.2. Magnetische Kraft auf Probekörper	6
4.3. Magnetische und spezifische Suszeptibilität	7
4.4. Flussdichte bei veränderlicher Stromstärke	7
4.5. Magnetische Kraft auf Mangan-Probekörper	8
5. Diskussion	9
A. Tabellen & Abbildungen	I
B. Literaturverzeichnis	IV

1. Einleitung

In diesem Versuch wollen wir die Phänomene des Dia- und Paramagnetismus untersuchen, welche im Gegensatz zum Ferromagnetismus eher unbekannt sind. Insbesondere wollen wir das Verhalten verschiedener Materialien in Magnetfeldern untersuchen. Dabei soll noch einmal (vergleiche Protokoll 13) der Hall-Effekt genutzt werden, um Magnetfelder zu vermessen.

2. Theorie

2.1. Dia- und Paramagnetismus

Generell gilt, dass alle magnetischen Effekte auf der Bewegung von geladenen Teilchen basieren. So begegnet man auf atomarer Skala Elektronen, die um den Kern „kreisen“ (vereinfacht angenommen, natürlich werden keine tatsächlichen Kreisbahnen beschrieben) und sich um ihre Achse drehen (Elektronenspin). Normalerweise heben sich diese Ströme gegeneinander auf, so dass keine magnetischen Effekte beobachtet werden können.

Bringt man jedoch ein Material in ein Magnetfeld, so können diese magnetischen Dipole (d. h. die sich bewegenden Elektronen) ausgerichtet werden und selbst ein Feld erzeugen. Beim **Diamagnetismus** ist diese Ausrichtung stets entgegen dem ursprünglich angelegtem Feld gerichtet, so dass das Material aus dem Feld gedrückt wird beziehungsweise eine Kraft in die Richtung erfährt, in der das äußere Feld am geringsten ist. Diamagnetismus entsteht, wenn ein Stoff in ein Magnetfeld gebracht wird und die um den Kern kreisenden Elektronen eine Änderung im Dipolmoment erfahren, welches entgegen dem äußeren Feld gerichtet ist. Diese Phänomen ist normalerweise in jedem Stoff zu beobachten, jedoch ist der Effekt recht klein gegenüber anderer Magnetisierung, so dass er meist vom **Paramagnetismus** überdeckt wird.

Dieser tritt vor allem auf, wenn Elektronenschalen von Atomen nicht vollständig aufgefüllt sind. Hier erfahren die magnetischen Dipole ein Drehmoment, welches sie parallel zum außen anliegenden Feld ausrichtet und so das ursprüngliche Feld verstärkt. Aufgrund des Pauliprinzips tritt dieser Effekt nicht bei allen Materialien auf, so dass verschiedene Effekte beobachtet werden können.

2.2. Magnetisierung und Suszeptibilität

Es gibt verschiedene Wechselwirkungen zwischen Materie und Magnetfeldern. Um diese zu quantifizieren, gibt es die Größen Magnetisierung \vec{M} und Suszeptibilität χ .

Dabei gelten für lineare Medien die Zusammenhänge

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}, \quad (1)$$

$$\vec{M} = \chi \vec{H}, \quad (2)$$

$$\mu_r = 1 + \chi. \quad (3)$$

Die materialspezifische Konstante χ kann dabei größer oder kleiner als null sein. Diamagnetische Stoffe weisen stets eine negative Suszeptibilität auf, paramagnetische hingegen eine positive. Die Magnetisierung \vec{M} beschreibt das magnetische Dipolmoment pro Einheitsvolumen und ist bei paramagnetischen Stoffen parallel zu \vec{H} und bei diamagnetischen Stoffen genau entgegen gerichtet.

2.3. Energie und Kraft auf Festkörper im Magnetfeld

Nach [GRI, S.317] ist die im Magnetfeld einer Spule gespeicherte Energie W gegeben durch

$$W = -\frac{1}{2}LI^2. \quad (4)$$

Nehmen wir an, dass die Spule mit der Länge l und der Querschnittsfläche a genau N Windungen besitzt, und weiter, dass das Feld \vec{B} genau senkrecht zu der durchsetzten Fläche verläuft, so gilt für den Fluss $\Phi = B \cdot A$ mit $A = N \cdot a$. Nach dem Ampèreschen Gesetz gilt näherungsweise für das Magnetfeld einer Spule $H = N \cdot I/l$. Daraus folgt

$$L = \frac{\Phi}{I} = N^2 \mu_0 \mu_r \frac{a}{l}, \quad (5)$$

$$W = -\frac{1}{2}LI^2 = -\frac{1}{2}N^2 \mu_0 \mu_r \frac{a}{l} \left(\frac{lH}{N}\right)^2 = -\frac{1}{2} \mu_0 \mu_r H^2 a l = -\frac{1}{2} \mu_0 \mu_r H^2 V. \quad (6)$$

Dabei ist $V = a \cdot l$ das Volumen der Spule und $\mu_r = 1 + \chi$ die relative Permeabilität des Stoffes.

Aus der potentiellen Energie kann man nun auch die Kraft bestimmen, die ein Körper mit Volumen V in einem Feld \vec{H} erfährt:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}W = \vec{\nabla} \left(\frac{1}{2} V \mu_0 \mu_r H^2 \right) = V \mu_0 \mu_r H \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Drückt man dies mit der magnetischen Flussdichte aus, so erhält man für die Kraft in x -Richtung:

$$F_x = \frac{V\chi}{\mu_0} B \frac{\partial B}{\partial x}. \quad (8)$$

3. Durchführung

3.1. Versuchsaufbau

Wie Gleichung (8) zu entnehmen ist, muss für eine Kraftwirkung das B -Feld eine Inhomogenität aufweisen. Deshalb befinden sich in unserem Versuch schräge Polschuhe, welche ein kontrollierbares inhomogenes Feld erzeugen.

In Abbildung 1 ist der Versuchsaufbau schematisch dargestellt. Die Spule wird über ein Ampèremeter und einen Schalter parallel zu einem regelbaren Widerstand (Potentiometer) geschaltet und eine Spannungsquelle in den Schaltkreis hinzugefügt.

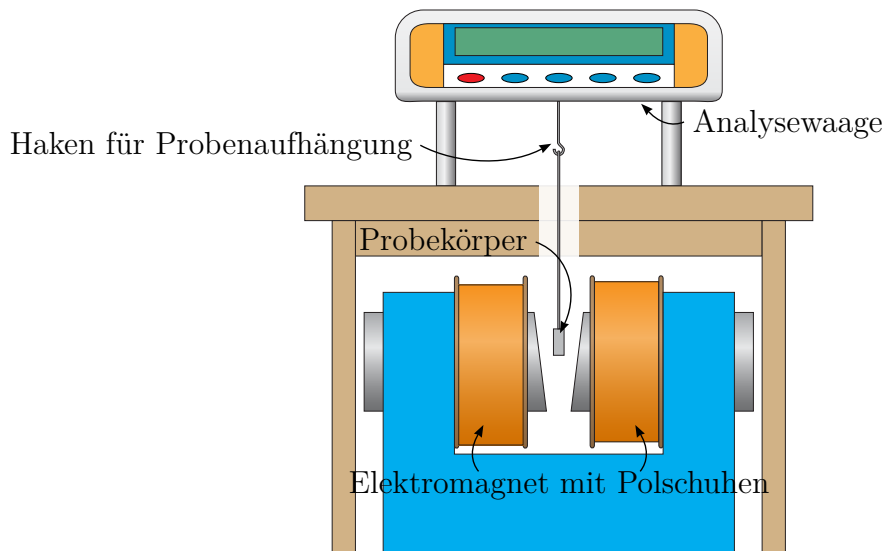


Abbildung 1: Schaltung zur Messung der Suzeptibilität

Die Probekörper befinden sich zum Schutz vor Oxidation in Glasröhren und können an eine Vorrichtung an der Analysewaage angehängt werden, so dass sie sich im Magnetfeld der Spule befinden. In Tabelle A ist eine Übersicht über die verschiedenen Probekörper gegeben.

3.2. Erste Messreihe

Zur Vorbereitung der ersten Messreihe wird die Stromstärke im Elektromagneten auf 1,2 A eingestellt und das entstehende Magnetfeld mit der Hallsonde vermessen. Dazu wird im Bereich der Probekörper die Höhe h der Hallsonde in Schritten von 4 mm variiert und die gemessene magnetische Flussdichte $B(h)$ notiert.

Dann werden die drei Probekörper Mangandioxid, Tantal und Wismut nacheinander in das Magnetfeld gehängt. Für jeden Probekörper werden je dreifach bei ausgeschaltetem und bei eingeschaltetem Elektromagneten die scheinbaren Gewichtskräfte mit der Analysewaage bestimmt und die vertikale Höhe zwischen den Polschuhen notiert.

3.3. Zweite Messreihe

Zur Vorbereitung der zweiten Messreihe wird zunächst der Probekörper Mangan zwischen die Polschuhe gehängt und dessen Höhe wie in Abschnitt 3.2 ausgemessen. Dann soll das Magnetfeld um die Position des Mangan-Probekörpers erneut mit der Hallsonde vermessen werden. Dazu wird die Stromstärke im Elektromagneten nacheinander auf die Werte 0,8 A, 1,0 A, 1,2 A und 1,4 A eingestellt. An der Position des Mangan-Probekörpers sowie ein und zwei Schritte darüber und darunter (bei einer Schrittweite von 5 mm) wird die magnetische Flussdichte gemessen und notiert.

Nun wird der Probekörper Mangan eingehängt und die scheinbare Gewichtskraft je dreimal bei aus- und bei eingeschaltetem Elektromagneten für die Stromstärken 0,8 A, 1,0 A, 1,2 A und 1,4 A mit Hilfe der Analysewaage bestimmt und notiert. Dabei ist darauf zu achten, dass die Probe frei zwischen den Polschuhen hängt.

4. Auswertung

4.1. Magnetische Flussdichte der Polschuhe

Die Messwerte der vorbereitenden Messung der Flussdichte entlang der Höhe sind in Abbildung A aufgetragen. Für die Höhen haben wir als Fehler eine halbe Skaleneinheit angenommen, $\sigma_h = 0,5 \text{ mm}$, und für die magnetische Flussdichte aufgrund der Schwankung der Anzeige eine ganze Skaleneinheit, $\sigma_B = 0,001 \text{ T}$. Da beide Fehler sehr klein sind, sind sie in der Abbildung nicht aufgetragen.

Den funktionalen Zusammenhang $B = B(h)$ wollen wir durch eine analytische Funktion approximieren. Da der Verlauf nicht linear ist, wählen wir ein Polynom sechsten Grades

$$B(h) = ah^6 + bh^5 + ch^4 + dh^3 + eh^2 + fh + g \quad (9)$$

und führen mit `gnuplot` einen χ^2 -Fit durch. Den ersten Messwert an $h = 1 \text{ mm}$ haben wir dabei nicht verwendet, da er unterhalb der Polschuhen gemessen wurde. Die erhaltenen Fitparameter sind in Tabelle B eingetragen.

Nach Gleichung (8) erwartet man eine Proportionalität zwischen der Kraft im magnetischen Feld und dem Produkt $B \frac{\partial B}{\partial h}$. Um dieses Produkt auftragen zu können, müssen wir die Ableitung $\partial B / \partial h$ approximieren. Zum Einen verwenden wir dazu die Ableitung des gefitteten Polynoms

$$\frac{\partial B}{\partial h}(h) = 6ah^5 + 5bh^4 + 4ch^3 + 3dh^2 + 2eh + f \quad (10)$$

mit den bekannten Fitparametern. Zum Anderen approximieren wir die Tangentensteigung an jedem Messpunkt h_i durch die Steigung der Sekante, die durch die Messpunkte h_{i-1} und h_{i+1} gegeben ist. Man erhält also

$$\frac{\partial B}{\partial h}(h_i) \approx \frac{B(h_{i+1}) - B(h_{i-1})}{h_{i+1} - h_{i-1}}. \quad (11)$$

Die auf beide Weisen bestimmten Produkte sind in Abbildung B aufgetragen. Dabei kennzeichnet die grüne Kurve das Produkt aus dem χ^2 -Fit und der Ableitung des gefitteten Polynoms und die roten Kreuze die auf die zweite Methode bestimmten Werte für $B \frac{\partial B}{\partial h}$. Man erkennt, dass das approximierte Polynom auch in der Ableitung die Messwerte recht gut beschreibt.

4.2. Magnetische Kraft auf Probekörper

Zur Auswertung der ersten Messreihe wollen wir zunächst die magnetischen Kräfte bestimmen, die auf die Probekörper im Magnetfeld der Polschuhe wirken. Dazu werden die abgelesenen Gewichte m_{ein} und m_{aus} über die drei Messwerte gemittelt und die magnetische Kraft durch

$$F_x = (m_{\text{ein}} - m_{\text{aus}}) g \quad (12)$$

berechnet, wobei sich der Fehler nach der Fehlerfortpflanzung ergibt zu

$$\sigma_{F_x} = g \sqrt{\sigma_{m_{\text{ein}}}^2 + \sigma_{m_{\text{aus}}}^2}. \quad (13)$$

Als Fehler der Einzelmessung haben wir aufgrund der großen Schwankung der Analysewaage einen Fehler von $\sigma_{m_i} = 0,0003 \text{ g}$ angenommen. Der Fehler des Mittelwerts berechnet zu

$$\sigma_{\bar{m}} = \sqrt{\frac{1}{6} \sum_{i=1}^n (m_i - \bar{m})^2} \quad (14)$$

Die so erhaltenen Werte sind in Tabelle 1 eingetragen.

Probekörper	Kraft [10^{-6} N]
Tantal	-26 ± 5
Mangandioxid	$-193,9 \pm 2,1$
Wismut	22 ± 5

Tabelle 1: Kräfte auf die Probekörper

4.3. Magnetische und spezifische Suszeptibilität

Durch Umstellen von Gleichung (8) kann man die Suszeptibilität χ bestimmen:

$$\chi = \frac{F \cdot \mu_0}{V \cdot B \cdot \frac{\partial B}{\partial h}} = \frac{F \cdot \mu_0 \cdot \rho}{B \cdot m \cdot \frac{\partial B}{\partial h}} \quad (15)$$

Dabei ist V das Volumen des Körpers und $\rho = m/V$ die Dichte des Körpers. Die Massen m und Dichten ρ der Probekörper können wir aus Tabelle A ablesen und als fehlerfrei annehmen. Nach der Fehlerfortpflanzung berechnet sich der Fehler zu

$$\sigma_\chi = \chi \sqrt{\left(\frac{\sigma_F}{F}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B}\right)^2} \quad (16)$$

Die Werte für χ und für die spezifische Suszeptibilität χ/ρ sind in Tabelle 2 eingetragen. Der Fehler der spezifischen Suszeptibilität ergibt sich nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz durch $\sigma_{\chi/\rho} = \sigma_\chi/\rho$.

Probekörper	Suszeptibilität χ [10^{-4}]	Spezifische Suszeptibilität χ/ρ [10^{-5} cm ³ /g]
Tantal	$3,7 \pm 0,7$	$2,2 \pm 0,5$
Mangandioxid	$28,4 \pm 0,4$	$56,7 \pm 0,7$
Wismut	$-3,5 \pm 0,8$	$-3,6 \pm 0,8$

Tabelle 2: Magnetische und spezifische Suszeptibilität der Probekörper

4.4. Flussdichte bei veränderlicher Stromstärke

Zur Auswertung der zweiten Messreihe untersuchen wir zunächst die magnetische Flussdichte zwischen den Polschuhen, wenn der Strom durch den Elektromagneten variiert wird. Dazu sind für die vier Stromstärken die gemessenen Flussdichten in Abbildung C aufgetragen. Die Fehler wurden wie in Abschnitt 4.1 auf $\sigma_h = 0,5$ mm und $\sigma_B = 0,001$ T geschätzt. Da diese aber sehr klein sind, wurden sie in der Abbildung weggelassen.

Zusätzlich wurde zu jeder Stromstärke ein Zusammenhang

$$B(h) = ah^3 + bh^2 + ch + d \quad (17)$$

mittels `gnuplot` gefittet. Das Ergebnis des χ^2 -Fits sind ebenfalls in der Abbildung eingetragen, die Fitparameter finden sich in Tabelle C. Analog zu Abschnitt 4.1 wird wieder das Produkt $B \frac{\partial B}{\partial h}$ auf zwei unterschiedliche Weisen bestimmt. Das Ergebnis ist in Abbildung D aufgetragen.

Man erkennt, dass die gefitteten Kurven sowohl überspränglich als auch im Produkt mit dem eigenen Gradienten die aus der Messung gewonnenen Daten recht gut beschreiben. Außerdem beobachtet man, dass sich die magnetische Flussdichte B linear mit der Stromstärke I verändert.

4.5. Magnetische Kraft auf Mangan-Probekörper

Wie in Abschnitt 4.2 berechnen wir die Kraft auf den Mangan-Probekörper separat für alle vier Stromstärken, indem wir die abgelesenen Gewichtskräfte mitteln, die Differenz bilden und mit der Erdbeschleunigung multiplizieren. Auch die Fehler-einschätzungen werden aus dem Abschnitt übernommen. Aus den so erhaltenen Werten kann man mit Gleichung (15) und dem Fehler nach Gleichung (16) die Suszeptibilität von Mangan bestimmen. Alle so erhaltenen Ergebnisse sind in Tabelle 3 aufgetragen.

Stromstärke I [A]	Kraft F [10^{-6} N]	Suszeptibilität χ [10^{-4}]	spezifische Suszeptibilität χ/ρ [10^{-5} cm ³ /g]
0,8	-132 ± 5	$6,81 \pm 0,25$	$9,5 \pm 0,4$
1,0	-215 ± 4	$6,91 \pm 0,13$	$9,59 \pm 0,18$
1,2	$-295,3 \pm 2,6$	$6,62 \pm 0,06$	$9,19 \pm 0,09$
1,4	$-402,5 \pm 2,5$	$6,51 \pm 0,05$	$9,04 \pm 0,06$
Gewichteter Mittelwert		$6,57 \pm 0,04$	$9,13 \pm 0,05$

Tabelle 3: Kraft auf den Mangan-Probekörper und Suszeptibilität von Mangan

In Abbildung E sind die Kräfte auf den Mangan-Probekörper gegen die Stromstärke aufgetragen. Zusätzlich wurde mit `gnuplot` ein linearer χ^2 -Fit

$$F(B) = m \cdot I + n. \quad (18)$$

durchgeführt und in die Abbildung eingetragen. Als Fitparameter erhält man

$$m = (-0,445 \pm 0,023) \text{ mN/T}, \quad (19)$$

$$n = (0,229 \pm 0,025) \text{ mN}. \quad (20)$$

Setzt man den gefundenen Zusammenhang ein in Gleichung (15) und stellt nach der Flussdichte um, so erhält man den Zusammenhang

$$B(I) = \frac{(mI + n) \mu_0 \rho}{B \frac{\partial B}{\partial h} (h_{\text{Probe}}, I) m} \quad (21)$$

zwischen der Stromstärke und der magnetischen Flussdichte. Da die partielle Ableitung der Flussdichte selbst stark von der Flussdichte abhängt, ist es nicht sinnvoll, für $\partial B/\partial h$ eine feste Zahl einzusetzen, da so kein handlicher Zusammenhang zwischen der Flussdichte und der Stromstärke hergestellt werden kann.

5. Diskussion

In unseren Messungen haben wir festgestellt, dass Tantal, Mangan und Mangandioxid paramagnetisch sind ($\chi > 0$), wohingegen Wismut diamagnetisch ist ($\chi < 0$). Leider konnten wir nur für Wismut einen Literaturwert finden, so dass ein Vergleich der anderen Stoffe leider ausbleiben muss. Dieser wird nach [SIM] als $\chi = -1,7 \times 10^{-4}$ angegeben, was eine Abweichung von unserem Wert von etwa 106 % bedeutet. Unser Messwert scheint also nur in der Zehnerpotenz verlässlich zu sein; ein genaues Bestimmen ist uns folglich nicht gelungen. Diese enorme Abweichung können wir uns erst einmal nicht erklären, da die anderen Zwischenergebnisse jeweils in sich konsistent waren, so dass wohl entweder ein Fehler in der Auswertung vorliegt oder während des Versuchs systematische Fehler gemacht wurden. Trotz mehrfachen Überprüfens der Werte ist uns kein Fehler in der Auswertung aufgefallen, so dass wohl bei der Messung etwas nicht richtig gelaufen ist.

Schwierigkeiten waren hier der schwere Gang des regelbaren Widerstandes und die Schwingungen der Probekörper nach dem Einhängen. Jedoch werden diese Faktoren die Werte nicht so stark beeinflusst haben. Möglich ist, jedoch dass die Analysewaage durch Stöße am Tisch und abstützen zu sehr beeinflusst wurde, so dass die Kraftwirkung falsch aufgenommen wurde.

Jedoch konnten die Messungen die Erwartung bestätigen, dass das Magnetfeld inhomogen ist und linear mit der Stromstärke wächst. Es zeigte sich auch, dass das durch `gnuplot` gefittete Polynom zur Beschreibung des Magnetfelds in Abhängigkeit der Höhe auch in der Ableitung konsistent mit den Messwerten war, so dass dieser Versuchsteil wohl gute Ergebnisse lieferte.

A. Tabellen & Abbildungen

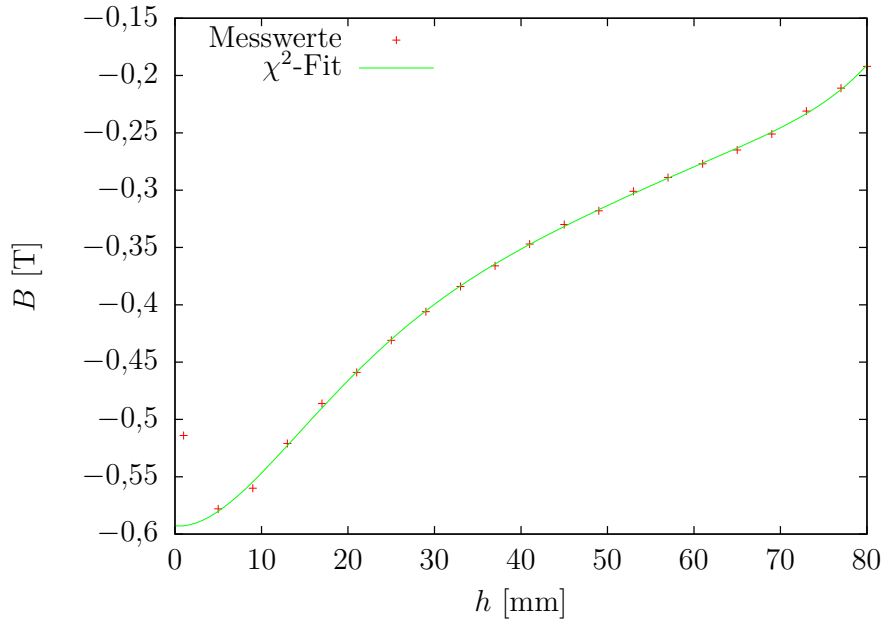


Abbildung A: Ortsverlauf der Flussdichte

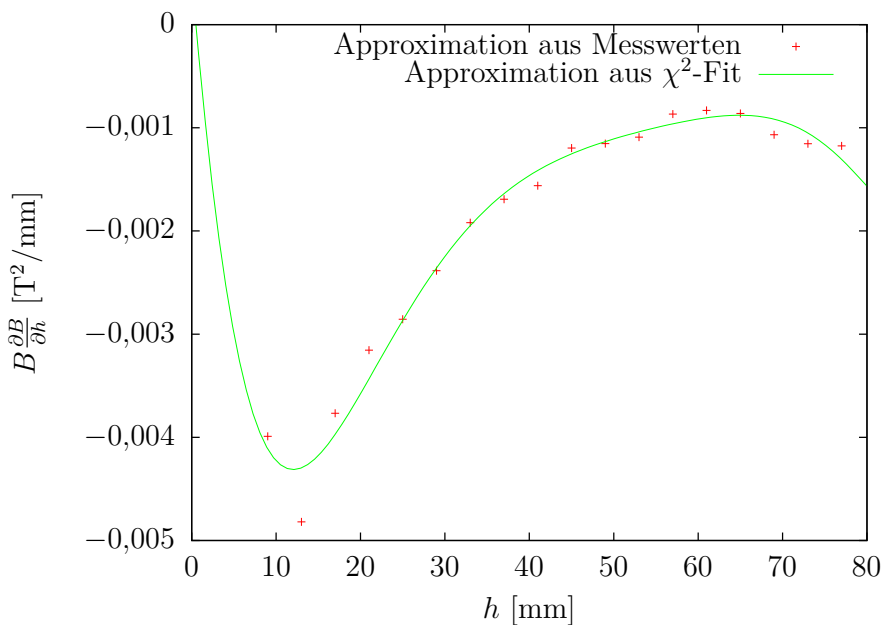


Abbildung B: Produkt aus Flussdichte und Gradient der Flussdichte

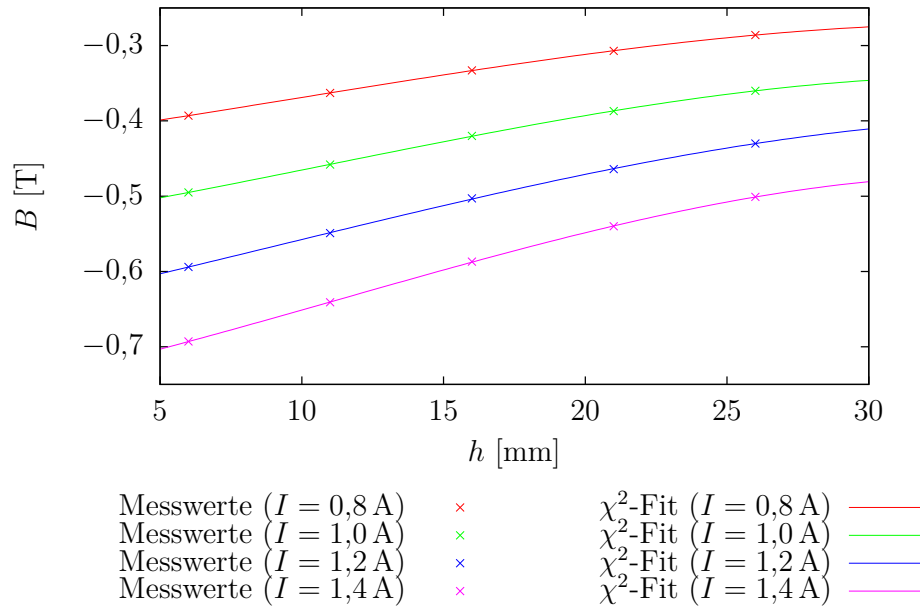


Abbildung C: Ortsverlauf der Flussdichte für verschiedene Stromstärken

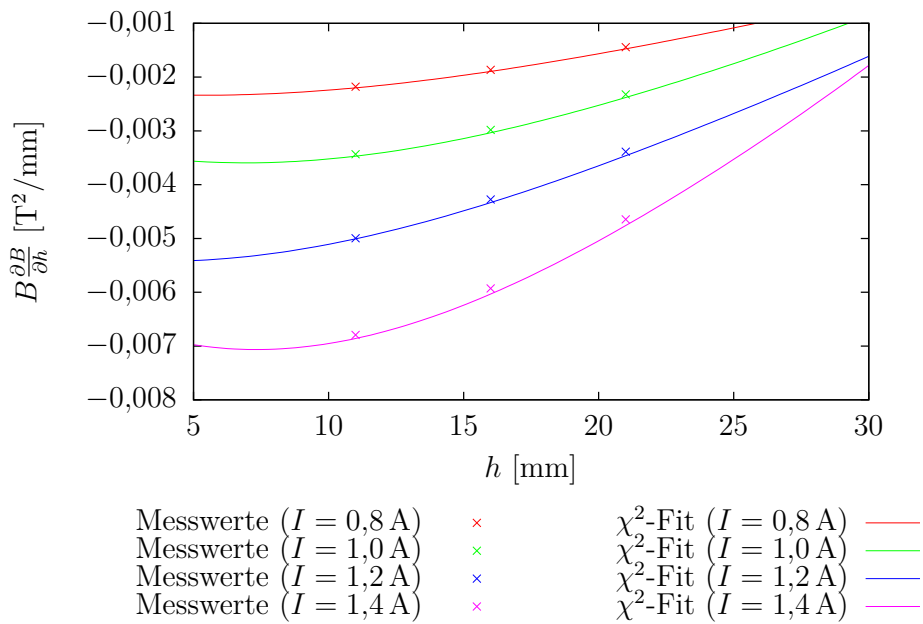


Abbildung D: Produkt aus Flussdichte und Gradient der Flussdichte für verschiedene Stromstärken

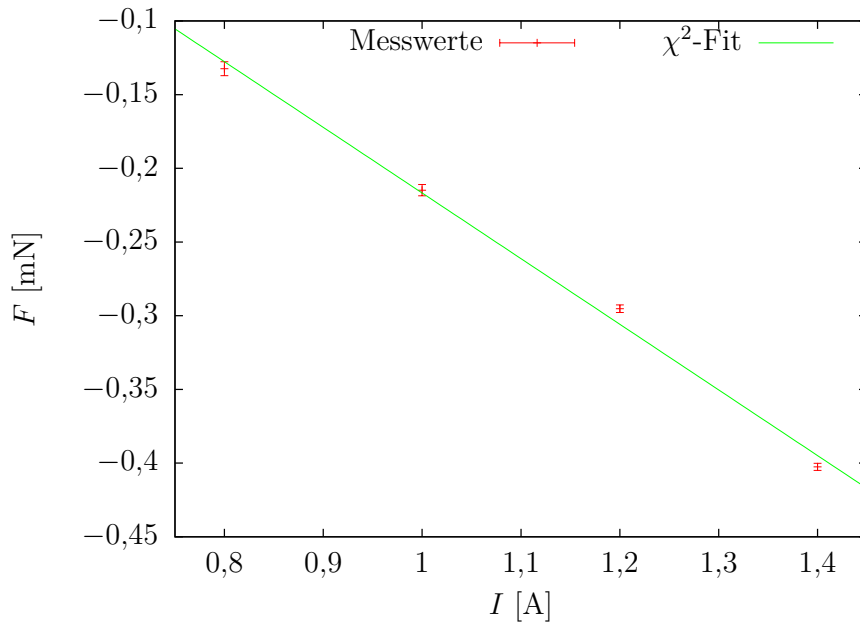


Abbildung E: Kraft auf den Mangan-Probekörper als Funktion der Stromstärke

Probekörper	Bezeichnung	Masse m	Dichte ρ
Tantal	B1 TA	760 mg	16,6 g/cm ³
Mangandioxid	B2 MN02	517 mg	5,0 g/cm ³
Wismut	B3 BI	646 mg	9,8 g/cm ³
Mangan	C2 MN	944 mg	7,2 g/cm ³

Tabelle A: Probekörper des Versuchsaufbau

$$\begin{aligned}
 a &= (2,27 \pm 0,87) \times 10^{-11} \text{ T/mm}^6 \\
 b &= (-6,04 \pm 2,21) \times 10^{-9} \text{ T/mm}^5 \\
 c &= (6,41 \pm 2,19) \times 10^{-7} \text{ T/mm}^4 \\
 d &= (-3,36 \pm 1,06) \times 10^{-5} \text{ T/mm}^3 \\
 e &= (8,15 \pm 2,56) \times 10^{-4} \text{ T/mm}^2 \\
 f &= (0,77 \pm 2,84) \times 10^{-3} \text{ T/mm} \\
 g &= (-0,59 \pm 0,02) \text{ T}
 \end{aligned}$$

Tabelle B: Fitparameter für den Ortsverlauf der Flussdichte

I [A]	a [10^{-6} T/mm ³]	b [10^{-4} T/mm ²]	c [10^{-3} T/mm]	d [10^{-1} T]
0,8	$-3,3 \pm 0,8$	$1,0 \pm 0,4$	$5,1 \pm 0,6$	$-4,27 \pm 0,23$
1,0	$-4,7 \pm 1,3$	15 ± 6	$5,9 \pm 0,9$	$-5,35 \pm 0,04$
1,2	-4 ± 3	$1,1 \pm 1,2$	$8,2 \pm 1,8$	$-6,46 \pm 0,08$
1,4	$-6,7 \pm 2,1$	23 ± 10	$8,2 \pm 1,5$	$-7,49 \pm 0,06$

Tabelle C: Fitparameter für den Ortsverlauf der Flussdichte bei verschiedenen Stromstärken

B. Literaturverzeichnis

- [LP] Lehrportal Physik. *Dia- und Paramagnetismus*. Online im Internet: <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/4205>, abgerufen am 12.09.12, 18:37 Uhr.
- [GRI] David Griffiths. *Introduction to Electrodynamics*. Dritte Auflage. Neu-Delhi, 2011.
- [SIM] Geim Simon. *Diamagnetic levitation: Flying frogs and floating magnets*. Journal of Applied Physics 87. 2000.