

## Versuch 13

# Magnetfeld von Spulen

---

Praktikant: Joscha Knolle  
E-Mail: joscha@htilde.de  
Mitarbeiter Ole Schumann  
Durchgeführt am: 12.09.2012  
Abgabe: 09.10.2012

Testiert:

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2. Theorie</b>	<b>2</b>
2.1. Magnetisches Feld . . . . .	2
2.2. Berechnung der Feldstärke . . . . .	3
2.3. Elektromagnetische Induktion . . . . .	3
<b>3. Materialien &amp; Methoden</b>	<b>3</b>
3.1. Magnetfeld von Spulen . . . . .	3
3.2. HELMHOLTZ-Spule . . . . .	4
3.3. Analoger Stromintegrator . . . . .	5
3.4. HALL-Sonde . . . . .	6
3.5. Versuchsaufbau . . . . .	7
3.5.1. Eichschaltung . . . . .	8
3.5.2. Messschaltung . . . . .	9
<b>4. Durchführung</b>	<b>11</b>
4.1. Eichung des Stromintegrators . . . . .	11
4.2. Messung mit Induktionsspule . . . . .	11
4.3. Messung mit HALL-Sonde . . . . .	11
<b>5. Auswertung</b>	<b>12</b>
5.1. Eichkonstante $\kappa$ . . . . .	12
5.2. Flussdichte aus Induktionsspule . . . . .	13
5.3. Flussdichte aus HALL-Sonde . . . . .	14
5.4. Vergleich mit theoretischem Feldverlauf . . . . .	15
5.5. Vergleich der Spulen . . . . .	15
5.6. Berechnung der magnetischen Feldkonstante $\mu_0$ . . . . .	16
<b>6. Diskussion</b>	<b>17</b>
6.1. Güte der Eichung . . . . .	17
6.2. Güte der Messungen . . . . .	17
6.3. Vergleich der Messmethoden . . . . .	18
6.4. Vergleich der Spulen . . . . .	19
6.5. Bestimmung der Feldkonstanten . . . . .	19
<b>A. Abbildungen &amp; Tabellen</b>	<b>I</b>
<b>B. Formelsammlung</b>	<b>VII</b>
<b>C. Literaturverzeichnis</b>	<b>VIII</b>

## 1. Einleitung

Ob in der medizinischen Therapie, bei Generatoren und Elektromotoren oder im Lesekopf einer Festplatte – Magnetfelder sind ein wichtiger Bestandteil der modernen Technik. Insbesondere als Elektromagneten eingesetzte Spulen spielen dabei eine große Rolle.

In diesem Versuch sollen daher die Magnetfelder verschiedener Spulen qualitativ und quantitativ untersucht, sowie zwei unterschiedliche Messmethoden verglichen werden.

## 2. Theorie

### 2.1. Magnetisches Feld

Beschreibende Eigenschaften des magnetischen Feldes sind die *Feldstärke*  $\vec{H}$  und die *Flussdichte*  $\vec{B}$ . Nach [GRI, S. 269] ist der Zusammenhang zwischen beiden Größen durch

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M} \quad (1)$$

gegeben. Dabei ist  $\vec{M}$  die Magnetisierung des von dem Magnetfeld durchsetzten Materials und  $\mu_0$  die *magnetische Feldkonstante*. Die Magnetisierung beschreibt das magnetische Moment pro Volumeneinheit. Als Naturkonstante ist  $\mu_0$  durch

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2 \approx 1,2566 \times 10^{-6} \text{ N/A}^2 \quad (2)$$

gegeben. In vielen Materialien ist die Magnetisierung proportional zur Feldstärke mit der *magnetischen Suszeptibilität*  $\chi$  als Proportionalitätsfaktor. Dann folgt aus Gleichung (1)

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}, \quad (3)$$

wobei  $\mu_r = 1 + \chi$  als *relative Permeabilität* bezeichnet wird und eine materialspezifische Größe ist (vergleiche [GER, S. 389]). Im Vakuum gilt  $\mu_r = 1$ , und auch in Luft kann man in guter Näherung  $\mu_r \approx 1$  annehmen.

Während die magnetische Flussdichte alle magnetischen Effekte in einem Material berücksichtigt, beschreibt die magnetische Feldstärke nur diejenigen Effekte, die durch Anlegen eines äußeren elektrischen Stroms entstehen. Da nur diese, nicht aber die von äußeren Feldern erzeugten Magnetisierungseffekte im Material experimentell kontrolliert werden können, wird im Labor vor allem die Feldstärke betrachtet.

## 2.2. Berechnung der Feldstärke

Betrachtet man das Magnetfeld eines stromdurchflossenen, beliebig geformten Leiters, so erzeugt der Strom  $I$  auf dem infinitesimalen Leiterstück  $d\vec{l}$  am Ort  $\vec{x}'$  nach [GER, S. 367] ein Magnetfeld mit der Feldstärke

$$d\vec{H}(\vec{x}) = \frac{I d\vec{l} \times (\vec{x} - \vec{x}')}{4\pi (\vec{x} - \vec{x}')^3}. \quad (4)$$

Dieser Zusammenhang wird BIOT-SAVART-Gesetz genannt. Über Integration lässt sich so die Feldstärke einer beliebigen Stromverteilung berechnen. Bei symmetrischen Stromverteilungen lässt sich die Feldstärke auch über das AMPÈRESche Gesetz

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{H} \cdot d\vec{s} = I_{\text{enc}} \quad (5)$$

errechnen, wobei  $\mathcal{C}$  eine geschlossene Kurve und  $I_{\text{enc}}$  der durch diese Kurve eingeschlossene Strom ist (vergleiche [DEM, S. 85]).

## 2.3. Elektromagnetische Induktion

Der *magnetische Fluss*  $\Phi$  beschreibt, wie stark eine Fläche von einem Magnetfeld durchsetzt ist. Er errechnet sich aus der Flussdichte  $\vec{B}$  für eine allgemeine Fläche  $\mathcal{F}$  durch

$$\Phi = \int_{\mathcal{F}} \vec{B} \cdot d\vec{A}. \quad (6)$$

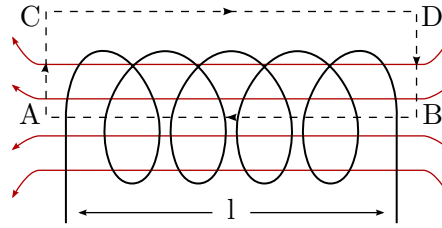
Ändert sich der magnetische Fluss, so wird eine elektrische Spannung induziert (vergleiche [GRI, S. 302]). Ist  $\mathcal{F}$  eine durch eine Leiterschleife berandete Fläche, so ist die induzierte Spannung auf der Leiterschleife gegeben durch

$$U_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (7)$$

# 3. Materialien & Methoden

## 3.1. Magnetfeld von Spulen

Betrachtet man eine lange, dünne Spule der Länge  $l$  mit Windungszahl  $n$ , durch die ein konstanter Strom  $I$  fließt, so findet man experimentell, dass das magnetische Feld im Inneren der Spule in guter Näherung homogen ist. Zur Anwendung des AMPÈRESchen Gesetzes verwenden wir einen Integrationsweg, wie er in Abbildung 1 schematisch dargestellt ist.



**Abbildung 1:** Integrationsweg zur Bestimmung des Magnetfelds einer langen Zylinderspule [DEM, S. 86]

Auf den Strecken  $\overline{AC}$  und  $\overline{DB}$  steht das Magnetfeld senkrecht auf dem Wegelement, das Skalarprodukt aus Feldstärke-Vektor und Wegelement verschwindet somit. Außerdem kann die Strecke  $\overline{CD}$  so weit von der Spule entfernt gewählt werden, dass das Magnetfeld dort sehr klein wird. Somit liefert nur die Strecke  $\overline{BA}$  einen merklichen Beitrag zum Integral in Gleichung (5). Der durch den Integrationsweg eingeschlossene Strom ist gegeben durch  $I_{\text{enc}} = nI$ . Damit folgt

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} \approx \int_B^A H ds = Hl \stackrel{(5)}{=} I_{\text{enc}} = nI. \quad (8)$$

Insgesamt ergibt sich also

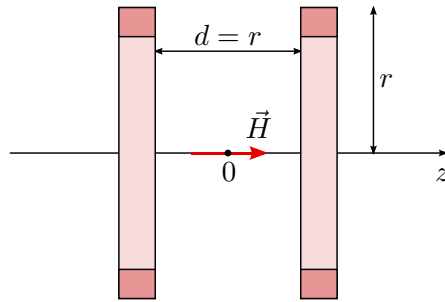
$$H = \frac{nI}{l}. \quad (9)$$

Da diese Näherung aber nur im Inneren langer Spulen zulässig ist, löst man das BIOT-SAVART-Gesetz (4) für eine Spule mit endlicher Länge  $l$ , Windungszahl  $n$ , Radius  $r$  und konstantem Strom  $I$ . Setzt man den Koordinatenursprung in den Mittelpunkt der Spule und bezeichnet die Symmetrieachse der Spule als  $z$ -Achse, so erhält man nach [DEM, S. 92] auf dieser  $z$ -Achse

$$H(z) \approx \frac{nI}{2l} \left[ \frac{z + \frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + (z + \frac{l}{2})^2}} - \frac{z - \frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + (z - \frac{l}{2})^2}} \right]. \quad (10)$$

### 3.2. Helmholtz-Spule

Eine HELMHOLTZ-Spule ist eine Anordnung aus zwei gleichen Spulen, die im Abstand ihres Radius' aufgestellt und in Reihe geschaltet sind. Der Strom fließt in beiden Spulen gleichsinnig. Dieser Aufbau ist schematisch in Abbildung 2 dargestellt.



**Abbildung 2:** Schematische Anordnung einer HELMHOLTZ-Spule [DEM, S. 91]

Betrachtet man zwei solche Spulen mit Radius  $r$  und gleichem Abstand  $d = r$ , so ergibt sich die Feldstärke entlang der  $z$ -Achse nach [GER, S. 452] zu

$$H(z) = \frac{1}{2}nr^2I \left[ \frac{1}{\sqrt{r^2 + \left(z + \frac{r}{2}\right)^2}^3} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + \left(z - \frac{r}{2}\right)^2}^3} \right]. \quad (11)$$

Entwickelt man diesen Ausdruck in einer Taylor-Reihe um  $z = 0$  bis zur dritten Ordnung, so erhält man nach [DEM, S. 91]

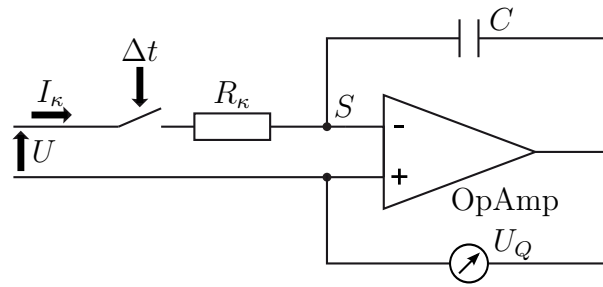
$$H = \frac{8nI}{\sqrt{125}r}. \quad (12)$$

Der Fehler dieser Näherung ist also durch Terme ab der vierten Ordnung gegeben. Zwischen den beiden Spulen kann man die Feldstärke somit als näherungsweise konstant mit dem obigen Wert annehmen.

### 3.3. Analoger Stromintegrator

Zur Ladungsmessung wird ein analoger Stromintegrator eingesetzt, der aus einem invertierenden Operationsverstärker in Rückkopplungsschaltung mit einem Kondensator besteht. In Abbildung 3 ist der Aufbau des Stromintegrators schematisch am Beispiel der Eichschaltung dargestellt.

Die Anzeige des Stromintegrators  $x$  ist proportional zur in der Messzeit auf den Stromintegrator geflossenen Ladung  $Q$ . Die Einheit der Anzeige wird als *Skalenteil* (Skt) bezeichnet. Durch eine Überbrückung des Kondensators kann ein neuer Messvorgang am Stromintegrator gestartet werden. Zur Bestimmung der Proportionalitätskonstante  $\kappa = Q/x$  muss der Stromintegrator geeicht werden. Dazu dient die Schaltung, die in Abbildung 3 dargestellt ist.



**Abbildung 3:** Eichschaltung eines analogen Stromintegrators [LP2, geändert vom Verfasser]

Wird bei konstanter Eingangsspannung  $U$  für verschiedene Zeiten  $\Delta t$  ein konstanter Strom  $I_\kappa$  auf den Stromintegrator gegeben, so lässt sich aus den abgelesenen Anzeigen  $x$  die Eichkonstante  $\kappa$  bestimmen. Mit dem OHMSchen Gesetz  $U = I_\kappa R_\kappa$  ergibt sich die Ladung durch

$$Q = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} I_\kappa dt = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \frac{U}{R_\kappa} dt = \frac{U}{R_\kappa} \Delta t, \quad (13)$$

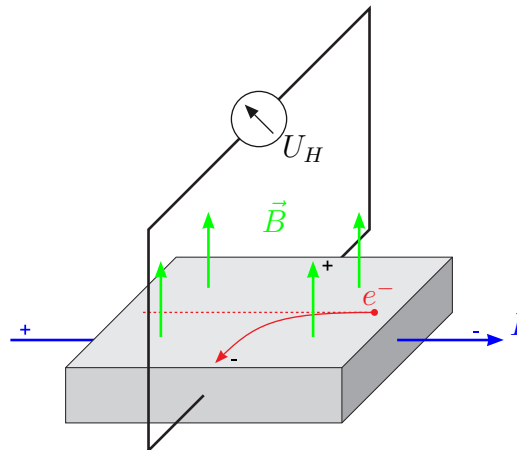
da die Spannung über die Messung konstant ist. Ersetzt man noch die Ladung durch den angezeigten Wert, so erhält man nach Umstellen den Zusammenhang

$$x = \frac{U}{\kappa R_\kappa} \Delta t. \quad (14)$$

### 3.4. Hall-Sonde

Eine HALL-Sonde ist ein Gerät zur Messung der magnetischen Flussdichte und besteht aus einem Halbleiter-Quader, der in das zu untersuchende Magnetfeld gehalten wird. An zwei Seiten des Quaders liegt ein konstanter Strom an. Der Aufbau einer HALL-Sonde ist schematisch in Abbildung 4 dargestellt.

Befindet sich die Sonde in einem Magnetfeld, das Anteile senkrecht zum Stromfluss und zur Quaderoberfläche hat, so werden die Elektronen durch die LORENTZkraft abgelenkt. Durch diese Ladungstrennung entsteht ein elektrisches Feld, das der LORENTZkraft entgegen wirkt. An den beiden anderen Seiten des Quaders kann durch die abgelenkten Elektronen die HALL-Spannung gemessen werden. Im Gleichgewicht von LORENTZkraft und elektrischem Feld ist die HALL-Spannung konstant und proportional zum Anteil der magnetischen Flussdichte senkrecht zur Leiteroberfläche ist. Die hier eingesetzte Sonde zeigt direkt den Wert der Flussdichte an.



**Abbildung 4:** Schematische Darstellung der Funktionsweise einer HALL-Sonde [LP1, geändert vom Verfasser]

### 3.5. Versuchsaufbau

Es sollen die Magnetfelder von drei Spulen vermessen werden: Eine lange Spule, eine kurze Spule und eine HELMHOLTZ-Spule. Dazu stehen eine deutlich kleinere Induktionsspule sowie eine HALL-Sonde zur Verfügung. Die vier Spulen sind *Luftspulen*, in ihrem Inneren gilt näherungsweise  $\mu_r \approx 1$  und Gleichung (3) vereinfacht sich zu

$$B = \mu_0 H. \quad (15)$$

Alle fünf Objekte verfügen über Stative, mit denen sie auf einer Schiene angebracht werden können, die mit Skala zur Abstandsmessung ausgestattet ist. In Abbildung 5 ist schematisch dargestellt, wie die Induktionsspule und die lange Spule auf der Schiene angebracht werden. Zusätzlich ist in der Abbildung ersichtlich, welche Längen zur Auswertung ausgemessen werden müssen.

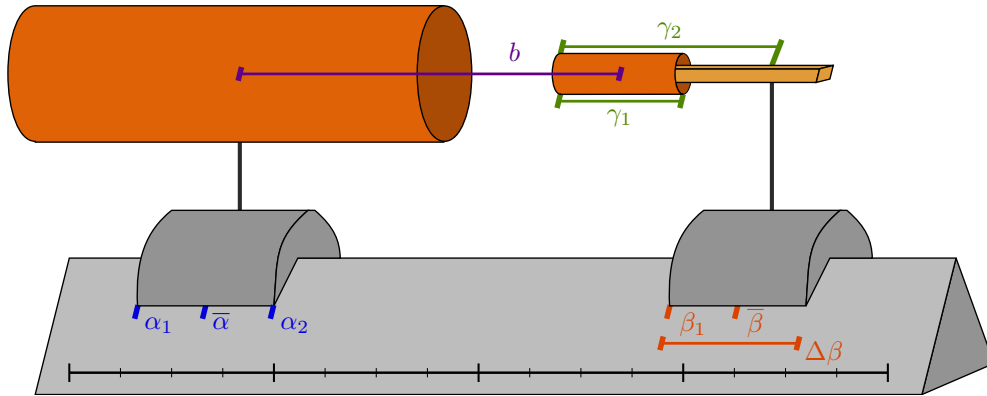
Die Spule, deren Magnetfeld zu untersuchen ist, wird fest auf der Schiene montiert. Misst man auf der Skala der Schiene die Position des linken Endes  $\alpha_1$  und des rechten Endes  $\alpha_2$  des Stativs, so erhält man durch

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \quad (16)$$

die Position der Spulenmitte. Die Messvorrichtung, also die Induktionsspule oder die HALL-Sonde, wird hingegen locker auf die Schiene gesetzt. Misst man vorab die Breite des Stativs  $\Delta\beta$  und nach jedem Verschieben die Position des linken Stativendes  $\beta_1$ , so erhält man die Position der Stativmitte durch

$$\bar{\beta} = \beta_1 + \frac{\Delta\beta}{2}. \quad (17)$$





**Abbildung 5:** Schematische Darstellung der Anbringung zweier Spulen auf der Stativ-Schiene

Zur Auswertung wird aber bei der Induktionsspule die Position der Spulenmitte und bei der HALL-Sonde die Position des linken Endes der Sonde benötigt. Daher wird bei der Induktionsspule zusätzlich die Länge  $\gamma_1$  der Spule einschließlich Rand sowie der Abstand  $\gamma_2$  vom linken Spulenende zur Stativmitte ausgemessen. Die Position der Induktionsspulenmitte erhält man dann durch

$$\bar{\gamma} = \bar{\beta} - \gamma_2 + \gamma_1/2. \quad (18)$$

Insgesamt ergibt sich also aus dem linken Stativende  $\beta_1$  der Abstand  $b$  zwischen der Spulenmitte der zu untersuchenden Spule und der Induktionsspule durch

$$b = \bar{\gamma} - \bar{\alpha} = \beta_1 + \frac{\Delta\beta + \gamma_1 - \alpha_1 - \alpha_2}{2} - \gamma_2 =: \beta_1 + \delta_1 \quad (19)$$

Bei der HALL-Sonde misst man nur den Abstand  $\varepsilon_1$  vom linken Sondenende zur Stativmitte und erhält dann die Position des linken Endes der Sonde durch

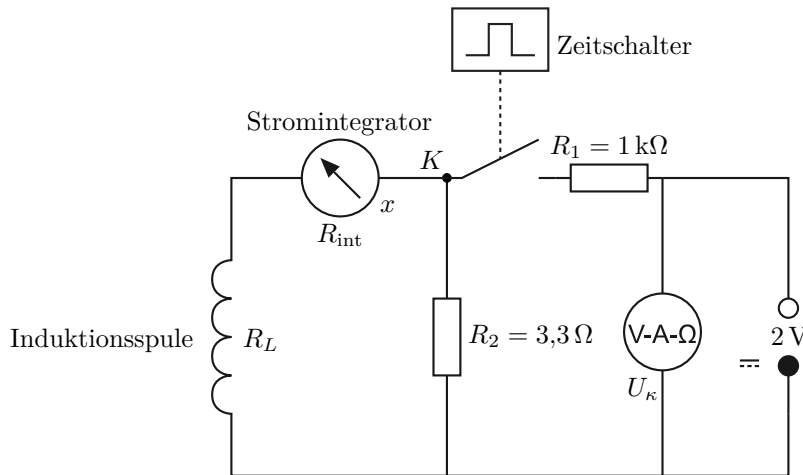
$$\bar{\varepsilon} = \bar{\beta} - \varepsilon_1. \quad (20)$$

Analog ergibt sich der Abstand  $b$  zwischen der Spulenmitte der zu untersuchenden Spule und der Sonde durch

$$b = \bar{\varepsilon} - \bar{\alpha} = \beta_1 + \frac{\Delta\beta - \alpha_1 - \alpha_2}{2} - \varepsilon_1 =: \beta_1 + \delta_2. \quad (21)$$

### 3.5.1. Eichschaltung

Die Schaltung, die zur Eichung des analogen Stromintegrators verwendet wird, ist in Abbildung 6 schematisch dargestellt. Charakteristische Größe für die Schaltung ist der Eichwiderstand  $R_k$  am Stromintegrator, der sich aus den festen Widerständen  $R_1$ ,  $R_2$ , dem Spulenwiderstand  $R_L$  der Induktionsspule und dem eingebauten Widerstand des Stromintegrators  $R_{\text{int}}$  zusammensetzt.



**Abbildung 6:** Schaltplan zur Eichung des Stromintegrators [LP1, geändert vom Verfasser]

Zur Herleitung betrachten wir zunächst den Gesamtstrom  $I_{\text{ges}}$ , der durch den Widerstand  $R_1$  fließt. Nach den Regeln für die Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen (vergleiche [DEM, S. 56]) ergibt sich der Gesamtwiderstand  $R_{\text{ges}} = U/I_{\text{ges}}$  zu

$$R_{\text{ges}} = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_L + R_{\text{int}}}}. \quad (22)$$

Nach der KIRCHHOFFSchen Maschenregel folgt, dass über die Widerstände  $R_2$  und  $R_L + R_{\text{int}}$  die gleiche Spannung abfällt, also gilt für den Strom am Stromintegrator  $I_{\kappa}$  und den Strom  $I_2$  am Widerstand  $R_2$

$$R_2 I_2 = (R_L + R_{\text{int}}) I_{\kappa}. \quad (23)$$

Weiterhin gilt nach der Knotenregel am Punkt  $K$

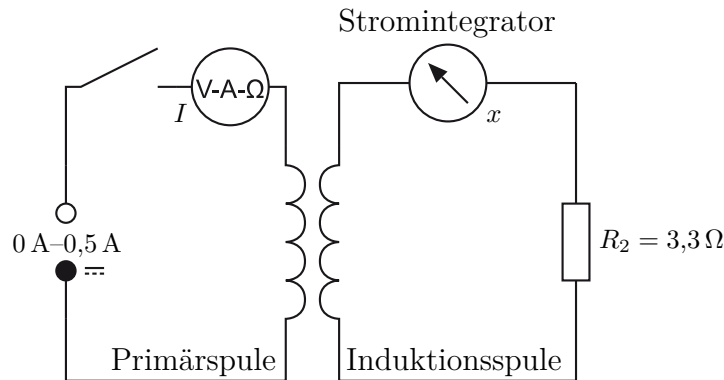
$$I_{\text{ges}} = I_{\kappa} + I_2 = I_{\kappa} \left( 1 + \frac{R_L + R_{\text{int}}}{R_2} \right). \quad (24)$$

Für den Eichwiderstand  $R_{\kappa}$  folgt damit

$$R_{\kappa} = \frac{U}{I_{\kappa}} = \frac{U}{I_{\text{ges}}} \left( 1 + \frac{R_L + R_{\text{int}}}{R_2} \right) = R_{\text{ges}} \left( 1 + \frac{R_L + R_{\text{int}}}{R_2} \right). \quad (25)$$

### 3.5.2. Messschaltung

Für die Messung der magnetischen Flussdichte wird die Schaltung verwendet, die in Abbildung 7 dargestellt ist. An der Primärspule liegt ein regelbarer Strom  $I$



**Abbildung 7:** Schaltplan zur Messung mit der Induktionsspule [LP1, geändert vom Verfasser]

aus dem Bereich 0 A bis 0,5 A an, der über einen Schalter ein- und ausgestellt werden kann. An der Induktionsspule wird die Ladung mit dem Stromintegrator gemessen.

Die durch den Stromintegrator erhaltene Ladung  $Q$  ergibt sich aus der Stromstärke durch  $Q = \int I_{\text{ind}} dt$ . Dabei ist der im Induktionsstromkreis fließende Strom nach dem OHMSchen Gesetz gegeben durch  $I_{\text{ind}} = U_{\text{ind}}/R_{\text{ind}}$ , wobei sich der entsprechende Widerstand ergibt durch

$$R_{\text{ind}} = R_L + R_{\text{int}} + R_2. \quad (26)$$

Nach Gleichung (7) ist die induzierte Spannung gegeben durch  $U_{\text{ind}} = -d\Phi/dt$ . Bezeichnet  $n$  die Windungszahl der Induktionsspule und  $d$  ihren Durchmesser, so ist der magnetische Fluss unter der Annahme, dass das Magnetfeld im Inneren der Induktionsspule senkrecht auf der Querschnittsfläche der Induktionsspule steht, gegeben durch

$$\Phi = \int_F \vec{B} \cdot d\vec{A} = nBA = \frac{\pi}{4}nd^2B. \quad (27)$$

Insgesamt ergibt sich also für die Ladung

$$Q = \int I dt = \int \frac{U_{\text{ind}}}{R_{\text{ind}}} dt = -\frac{1}{R_{\text{ind}}} \int \frac{d\Phi}{dt} dt = -\frac{\Phi}{R_{\text{ind}}} = -\frac{\pi nd^2 B}{4R_{\text{ind}}}. \quad (28)$$

Über diesen Zusammenhang lässt sich dann leicht aus der gemessenen Ladung die magnetische Flussdichte des durch die Primärspule erzeugten Magnetfelds berechnen.

## 4. Durchführung

### 4.1. Eichung des Stromintegrators

Zuerst wurde der analoge Stromintegrator geeicht, indem bei konstanter Eichspannung  $U_{\kappa}$  für unterschiedliche Impulslängen  $\Delta t$  die Ladungsmenge gemessen wurde. Dazu wurde die Impulslänge im Bereich 50 ms bis 500 ms variiert, wobei zwischen 50 ms bis 220 ms die Impulslänge in Schritten von 10 ms sowie zwischen 250 ms bis 500 ms in Schritten von 50 ms erhöht wurde.

### 4.2. Messung mit Induktionsspule

Als erste Messreihe wurde das magnetische Feld der langen Spule mit Hilfe der Induktionsspule vermessen. Dazu wurde zunächst die lange Spule auf der Schiene montiert und ihre Position auf der Skala der Schiene vermessen. Dann wurde die Breite des Stativs der Induktionsspule, die Breite der Induktionsspule einschließlich Rand und der Abstand des Endes der Induktionsspule vom Stativ ausgemessen. Die Induktionsspule wurde dann auf die Schiene gesetzt und ihre Höhe so eingestellt, dass die Induktionsspule mittig in der langen Spule liegt.

Nun wurde die Induktionsspule in Schritten von 2 cm aus der langen Spule herausgezogen und bei jeder Position durch Einschalten und Ausschalten eines Stroms von 0,5 A ein Spannungsstoß in der langen Spule erzeugt, der durch magnetische Induktion einen Strom in der Induktionsspule erzeugt. Die dadurch bewegte Ladung wurde am analogen Stromintegrator je für den Ein- und den Ausschaltvorgang abgelesen. Es wurden also insgesamt drei Größen abgelesen, die Position der Induktionsspule  $\beta_1$ , die angezeigte Ladung beim Einschalten  $x_1$  und die angezeigte Ladung beim Ausschalten  $x_2$ . Der Messvorgang wurde solange wiederholt, bis die Induktionsspule so weit herausgezogen worden war, dass der Stromintegrator keine Ladung mehr registrierte.

### 4.3. Messung mit Hall-Sonde

Als zweite Messreihe wurden die magnetischen Felder der langen Spule, der kurzen Spule und der HELMHOLTZ-Spule mit Hilfe der HALL-Sonde vermessen. Dabei wurde ein konstanter Strom von 0,5 A in den Spulen angelegt und an der HALL-Sonde die magnetische Flussdichte für unterschiedliche Positionen abgelesen.

Zunächst wurde die Breite des Stativs der Sonde sowie der Abstand der Sondenspitze vom Stativ bestimmt. Für jeden Durchgang wurde dann die zu untersuchende Spule fest auf der Schiene montiert, ihre Position ausgemessen, und die Höhe der Sonde so eingestellt, dass sich diese mittig in der Spule befand. In Schritten von

1 cm wurde die Sonde dann aus der jeweiligen Spule herausgezogen, und bei jedem Schritt die Position der Sonde  $\beta_1$  sowie die angezeigte Flussdichte  $B$  notiert. Dies wurde solange wiederholt, bis die angezeigte Flussdichte sehr klein wurde. Nach jedem Durchgang wurde noch die Anzeige der HALL-Sonde bei ausgeschalteter Spule als Offset notiert.

Bei der langen und der kurzen Spule wurde die Messung inmitten der jeweiligen Spule begonnen. Abweichend davon wurde bei der HELMHOLTZ-Spule die Messung außerhalb des Spulenpaares begonnen und die Sonde in das Spulenpaar hinein- sowie auf der anderen Seite wieder hinausgeschoben.

## 5. Auswertung

### 5.1. Eichkonstante $\kappa$

Zuerst wird die Eichkonstante  $\kappa = Q/x$  des analogen Stromintegrators bestimmt, die das proportionale Verhältnis von durch den Stromintegrator geflossener Ladung  $Q$  und an der Skala angezeigter Zahl  $x$  beschreibt. Dazu wird zunächst der Gesamtwiderstand der Eichschaltung  $R_{\text{ges}}$  und der Eichwiderstand am Stromintegrator  $R_{\kappa}$ , wie in Abschnitt 3.5.1 beschrieben, berechnet. Mit dem Multimeter wurde

$$R_{\text{int}} = (904,0 \pm 0,5) \Omega, \quad (29)$$

$$R_L = (19,0 \pm 0,5) \Omega, \quad (30)$$

ausgemessen. Der Fehler wird jeweils als halbe Skaleneinheit des Multimeters angenommen. Damit berechnet man den Gesamtwiderstand nach Gleichung (22) und den Eichwiderstand nach Gleichung (25) zu

$$R_{\text{ges}} = (1003,288\,244 \pm 0,000\,009) \Omega, \quad (31)$$

$$R_{\kappa} = (281\,620 \pm 220) \Omega. \quad (32)$$

Die Fehler ergeben sich nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz wie in Gleichung (d) zu

$$\sigma_{R_{\text{ges}}} = R_2^2 \frac{\sqrt{\sigma_{R_{\text{int}}}^2 + \sigma_{R_L}^2}}{(R_2 + R_{\text{int}} + R_L)^2}, \quad (33)$$

$$\sigma_{R_{\kappa}} = \sqrt{\sigma_{R_{\text{ges}}}^2 \frac{R_{\kappa}^2}{R_{\text{ges}}^2} + (\sigma_{R_L}^2 + \sigma_{R_{\text{int}}}^2) \frac{R_{\text{ges}}^2}{R_2^2}}. \quad (34)$$

Zur Bestimmung von  $\kappa$  ist in Abbildung A die Impulslänge  $\Delta t$  gegen die angezeigte Zahl  $x$  aufgetragen. Für den Impulsgenerator ist kein Fehler bekannt, deswegen

wird der Fehler auf  $\sigma_{\Delta t} = 5 \text{ ms}$  geschätzt. Der Fehler der angezeigten Zahl wird auf eine Skaleneinheit geschätzt, also  $\sigma_x = 1 \text{ Skt}$ .

Zusätzlich wird mit `gnuplot` ein proportionaler Zusammenhang  $x = a \cdot \Delta t$  gefittet. Das Ergebnis des  $\chi^2$ -Fits gibt `gnuplot` mit

$$a = (-1472,0 \pm 1,7) \text{ Skt/s} \quad (35)$$

an. Nach Gleichung (14) identifiziert man  $a = U / (\kappa R_\kappa)$ . Am Multimeter wurde die Eichspannung mit  $U = (-2,010 \pm 0,005) \text{ V}$  abgelesen. Damit berechnet man nach Umstellen die Eichkonstante zu

$$\kappa = \frac{U}{a R_\kappa} = (4,849 \pm 0,014) \text{ nC/Skt}, \quad (36)$$

wobei sich der Fehler nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz wie in Gleichung (d) zu

$$\sigma_\kappa = \kappa \sqrt{\frac{\sigma_U^2}{U^2} + \frac{\sigma_a^2}{a^2} + \frac{\sigma_{R_\kappa}^2}{R_\kappa^2}} \quad (37)$$

ergibt.

## 5.2. Flussdichte aus Induktionsspule

Zur Auswertung der ersten Messreihe berechnet man zunächst den Korrektursummanden für den Aufbau aus langer Spule und Induktionsspule nach Gleichung (19) zu

$$\delta_1 = -44 \text{ cm}. \quad (38)$$

Nach Gleichung (28) berechnet man aus den am Stromintegrator abgelesenen Ladungen  $Q = \kappa x$  die Flussdichte der langen Spule über

$$B = \frac{4\kappa x R_{\text{ind}}}{\pi n d^2}. \quad (39)$$

Das führende Minuszeichen aus Gleichung (28) wurde weggelassen, da hier nur der Betrag der Flussdichte, nicht aber seine Richtung untersucht wird. Der Widerstand  $R_{\text{ind}}$  ergibt sich mit den bereits verwendeten Werten zu

$$R_{\text{ind}} = (926,3 \pm 0,8) \Omega, \quad (40)$$

wobei sich der Fehler nach der Fehlerfortpflanzung nach Gleichung (d) zu

$$\sigma_{R_{\text{ind}}} = \sqrt{\sigma_{R_L}^2 + \sigma_{R_{\text{int}}}^2} \quad (41)$$

ergibt. Aus den Angaben am Versuchsaufbau liest man für die Induktionsspule  $n = 369$  und  $d = 5,9$  cm ab (vergleiche Tabelle A). Berechnet man die Flussdichte nach Gleichung (39), so ergibt sich der Fehler nach der Fehlerfortpflanzung wie in Gleichung (d) zu

$$\sigma_B = |B| \sqrt{\frac{\sigma_\kappa^2}{\kappa^2} + \frac{\sigma_x^2}{x^2} + \frac{\sigma_{R_{\text{ind}}}^2}{R_{\text{ind}}^2}}. \quad (42)$$

Da für  $x$  zwei Messwerte  $x_1, x_2$  aufgenommen wurden, wird das arithmetische Mittel der Beträge

$$x = \frac{|x_1| + |x_2|}{2} \quad (43)$$

gebildet. Der Betrag wird verwendet, da beim Ein- und Ausschalten des Stroms die Flussänderung in der Spule entgegengesetztes Vorzeichen hat. Für die Anzeige  $x$  des Stromintegrators wird ein Fehler von einer Skaleneinheit, also 1 Skt, angenommen. Demnach beträgt der Fehler des arithmetischen Mittels  $\sigma_x = (1/\sqrt{2})$  Skt. Die so erhaltenen Werte für die Flussdichte in Abhängigkeit vom Abstand zur Mitte der langen Spule sind in Tabelle B aufgeführt.

### 5.3. Flussdichte aus Hall-Sonde

Zur Auswertung der zweiten Messreihe berechnet man zunächst wieder den Korrektursummanden für den Aufbau aus der HALL-Sonde und der jeweiligen Spule, der sich nach Gleichung (21) ergibt. Die abgelesene Flussdichte muss um einen Offset  $\Delta B$  korrigiert werden, der für die drei Spulen jeweils separat bestimmt wurde. In Tabelle 1 sind die Korrektursummanden und die Offsets aufgetragen.

	$\delta_2$ [cm]	$\Delta B$ [Gs]
lange Spule	-42	-1,7
kurze Spule	-47	-1,4
HELMHOLTZ-Spule	-61	-1,5

**Tabelle 1:** Korrektursummanden und Offsets bei der Messung mit der HALL-Sonde

Nach Addition des jeweiligen Korrektursummanden erhält man den Abstand der HALL-Sonde vom Mittelpunkt der zu untersuchenden Spule. Ebenso subtrahiert man den Offset von der abgezogenen Flussdichte und rechnet diese noch von der Einheit Gauß in Tesla um ( $1 \text{ Gs} = 10^{-4} \text{ T}$ ). Für die Anzeige der Sonde wird ein Fehler von einer halben Skaleneinheit angenommen, also

$$\sigma_B = 0,05 \text{ Gs} = 5 \times 10^{-6} \text{ T}. \quad (44)$$

Die so erhaltenen Flussdichten in Abhängigkeit vom Abstand zur Spulenmitte sind für die lange Spule in Tabelle C, für die kurze Spule in Tabelle D und für die HELMHOLTZ-Spule in Tabelle E aufgetragen.

#### 5.4. Vergleich mit theoretischem Feldverlauf

In Abbildung B sind die Messwerte für die Flussdichte der langen Spule graphisch dargestellt. Zusätzlich ist der theoretische Feldverlauf nach Gleichung (10) sowie die Näherung für lange Spulen nach Gleichung (9) aufgetragen, wobei für die Umrechnung der Feldstärke in die Flussdichte der Zusammenhang nach Gleichung (15) ausgenutzt wird. Die für die theoretische Berechnung nötigen Spulendaten sind Tabelle A entnommen, der Wert der Näherung ergibt sich damit zu

$$B = \frac{\mu_0 n I}{l} \approx 1,160 \text{ mT.} \quad (45)$$

Die Messwerte für die kurze Spule sind in Abbildung C zusammen mit dem theoretischen Feldverlauf nach Gleichung (10) dargestellt. Außerdem ist auch hier die Näherung für lange Spulen nach Gleichung (9) eingetragen, die sich mit den Werten aus Tabelle A zu

$$B = \frac{\mu_0 n I}{l} \approx 1,168 \text{ mT} \quad (46)$$

ergibt.

Weiterhin sind in Abbildung D die Messwerte der Flussdichte für die HELMHOLTZ-Spule aufgetragen. Außerdem ist der theoretische Feldverlauf nach Gleichung (11) und die Näherung nach Gleichung (12) dargestellt. Unter Verwendung der Spulendaten aus Tabelle A ergibt sich diese Näherung zu

$$B = \frac{8\mu_0 n I}{\sqrt{125}r} \approx 3,647 \text{ mT.} \quad (47)$$

#### 5.5. Vergleich der Spulen

Nun soll die Homogenität der Magnetfelder der drei Spulen verglichen werden. Dazu werden die Abstände zur Spulenmitte mit der halben Spulenlänge  $l/2$  und die Flussdichten mit der Flussdichte am Mittelpunkt  $B_0 = |B(0)|$  normiert. Der Abstand von 1 entspricht also der Position am Rand der Spule. Die Normierungsflussdichten betragen für die drei Spulen

$$B_0^{\text{lang}} = 1,13 \text{ mT,} \quad (48)$$

$$B_0^{\text{kurz}} = 0,99 \text{ mT,} \quad (49)$$

$$B_0^{\text{helm}} = 3,83 \text{ mT.} \quad (50)$$



Eine Flussdichte von 1 entspricht also der Flussdichte in der Mitte der jeweiligen Spule. Die so erhaltenen Werte sind für die drei Spulen in Abbildung E graphisch dargestellt. Auf der Darstellung aller Messwerte wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet. Für das Magnetfeld der langen Spule wurde nur die Messung mit der HALL-Sonde aufgetragen.

## 5.6. Berechnung der magnetischen Feldkonstante $\mu_0$

Aus den gemessenen Flussdichten soll nun die magnetische Feldkonstante  $\mu_0$  bestimmt werden. Durch Umformen von Gleichung (15) erhält man

$$\mu_0 = \frac{B}{H}. \quad (51)$$

Zur Berechnung werden die experimentellen Flussdichten verwendet, wie sie in den Abschnitten 5.2 und 5.3 bestimmt worden sind, mit den dort angegebenen Fehlern. Für die Feldstärken wird der jeweilige theoretische Wert nach Gleichung (10) für die lange und die kurze Spule und nach Gleichung (11) für die HELMHOLTZ-Spule berechnet. Die benötigten Spulenparameter liest man aus Tabelle A ab. Nach der Fehlerfortpflanzung aus Gleichung (d) ergibt sich der Fehler der Feldkonstante unter der Annahme, dass die theoretische Feldstärke nicht fehlerbehaftet ist, zu

$$\sigma_{\mu_0} = \left| \frac{\sigma_B}{H} \right|. \quad (52)$$

Die so erhaltenen Werte für die magnetische Feldkonstante sind ebenfalls in den Tabellen B, C, D und E aufgeführt. Für jede Spule und bei der langen Spule für beide Messmethoden wurde ein gewichteter Mittelwert nach Gleichung (a) mit der Fehlerformel aus Gleichung (b) gebildet. Tabelle 2 listet die so erhaltenen Werte und das daraus gebildete gewichtete Mittel nach Gleichung (a) mit dem Fehler nach der Formel für stark abweichende Werte aus Gleichung (c) auf.

Spule	Feldkonstante $\mu_0$ [ $10^{-6}$ N/A <sup>2</sup> ]	Abweichung
lange Spule (Induktion)	$1,3317 \pm 0,0016$	5,97 %
lange Spule (HALL)	$1,2646 \pm 0,0013$	0,63 %
kurze Spule	$1,2906 \pm 0,0018$	2,70 %
HELMHOLTZ-Spule	$1,3135 \pm 0,0006$	4,53 %
Gewichtetes Mittel	$1,307 \pm 0,018$	4,01 %
Literaturwert, Gleichung (2)	$4\pi/10 \approx 1,2566$	

**Tabelle 2:** Ergebnis für die magnetische Feldkonstante  $\mu_0$

## 6. Diskussion

### 6.1. Güte der Eichung

Die Bestimmung der Eichkonstante  $\kappa$  des analogen Stromintegrators basierte auf einer genauen Bestimmung des Eichwiderstands  $R_\kappa$ , der Geradensteigung  $a$  und der Eichspannung  $U$ . Dabei wurde die Spannung an einem Multimeter abgelesen, ihr Wert kann daher als sehr präzise angenommen werden. Der Eichwiderstand konnte nicht direkt, sondern nur aus den angegebenen und den mit dem Multimeter ausgemessenen Widerständen berechnet werden. Über die Güte der angegebenen Widerstände kann ohne weitere Informationen nichts ausgesagt werden; die Messung mit dem Multimeter scheint aber sehr präzise zu sein.

Für die Steigung der Geraden aus dem  $\chi^2$ -Fit gibt `gnuplot` den Fehler mit weniger als 1,2% an, die Messwerte beschreiben also sehr gut einen linearen Zusammenhang. Das entspricht der Beobachtung bei der Versuchsdurchführung, da zur Kontrolle für manche Impulslängen die Ladungsbestimmung mehrfach durchgeführt und jedes mal die gleiche Ladungsmenge vom Stromintegrator aufgenommen worden ist.

Insgesamt wurde die Eichkonstante also sehr präzise bestimmt und kann gut für die Messung mit der Induktionsspule verwendet werden.

### 6.2. Güte der Messungen

Bei der Flussdichte der langen Spule sind die Messwerte, die aus der Messung mit der Induktionsspule erhalten wurden, im Inneren der Spule ( $b < 22$  cm) größer als der theoretisch erwartete Verlauf. Außerhalb der Spule entsprechen sie aber sehr gut der theoretischen Kurve. Bei der Messung mit der HALL-Sonde weichen die Messwerte im Inneren der Spule leicht nach oben und außerhalb der Spule leicht nach unten ab. Die größte Abweichung vom theoretischen Wert liegt bei der Messung mit der Induktionsspule bei 7,3% im Inneren und 8,6% außerhalb der Spule sowie bei der Messung mit der HALL-Sonde bei 2,9% im Inneren und 16,8% außerhalb der Spule. Von den Messwerten der HALL-Sonde weichen die Werte der Induktionsspule um bis zu 22,5% ab. In der Mitte der Spule ( $b < 11$  cm) werden die Messwerte auch gut durch die Näherung beschrieben, wobei diese etwa in der Mitte zwischen den konstanten Bereichen beider Messmethoden liegt.

In der Mitte der kurzen Spule ( $b < 7$  cm) liegen die Messwerte für die magnetische Flussdichte bis zu 7,4% über dem theoretisch erwarteten Verlauf, aber deutlich unter dem Wert der Näherung. Wie erwartet ist die Näherung für diese Spule nicht zulässig. Weiter entfernt von der Spulenmitte liegen die Messwerte sehr gut

auf dem theoretischen Verlauf, bei den meisten Messpunkten liegt die theoretische Flussdichte hier auch im Fehlerintervall des Messwerts.

Für die HELMHOLTZ-Spule liegen die Messwerte der Flussdichte für  $b < 3$  cm über dem theoretisch erwarteten Verlauf und für  $b > 3$  cm unter dem theoretisch erwarteten Verlauf. Insgesamt scheint der experimentelle Verlauf gegenüber der theoretischen Kurve verschoben zu sein; womöglich lag der Mittelpunkt der HELMHOLTZ-Spule nicht direkt über der Mitte des Stativs. Außerdem sind die Maximalwerte um bis zu 5,4 % höher als die theoretische Näherung.

Mögliche Fehlerquelle bei allen Messungen ist der Einfluss der Magnetfelder der anderen Gruppen. Da gleichzeitig drei Gruppen auf relativ engem Raum den Versuch durchgeführt haben, ist ein gewisser Einfluss der von den verschiedenen Gruppen betriebenen Magnetfelder auf die hier vorgestellten Messergebnisse wahrscheinlich. Auch Handys der Versuchsteilnehmer können einen Einfluss auf die Messwerte haben. Solche temporären Störfaktoren könnten die zu hohen Messwerte im Inneren der kurzen Spule erklären, da die später aufgenommenen Werte alle sehr gut zum theoretischen Feldverlauf passen.

Weiterhin war die genaue Positionierung der Induktionsspule bzw. der HALL-Sonde auf der Symmetrieachse der jeweiligen Spule schwierig, was zu Verfälschungen der Messwerte führen kann. Bei der langen und der kurzen Spule scheint die Positionierung gut gelungen zu sein; die gemessenen Kurven entsprechen sehr gut den theoretisch erwarteten Kurven. Hingegen weist die Messung der HELMHOLTZ-Spule eine Verschiebung gegenüber dem theoretischen Feldverlauf auf, was wohl auf eine ungenaue Positionierung der HALL-Sonde zurückzuführen ist.

### 6.3. Vergleich der Messmethoden

In Abschnitt 6.2 wurde die maximale Abweichung der Messungen mit der Induktionsspule vom theoretischen Wert mit 16,8 % und bei der Messung mit der HALL-Sonde mit 22,5 % angegeben. Die entsprechenden Messwerte haben eine absolute Abweichung von etwa 4,6  $\mu$ T bei der Messung mit der Induktionsspule und ungefähr 16,1  $\mu$ T bei der Messung mit der HALL-Sonde. Da diese vergleichsweise kleinen Abweichungen weit außerhalb der Spule, also an Stellen mit geringer Flussdichte, auftraten, kommt eine hohe relative Abweichung zustande.

Während die HALL-Sonde den gesamten Feldverlauf sehr gut aufnimmt, minimiert die Induktionsspule den relativen Fehler auch bei kleinen Feldstärken. Der deutlich größere Aufwand aus Eichung des Stromintegrators und Aufbau der Messschaltung bei der Messung mit der Induktionsspule schlägt sich jedenfalls nicht in deutlich besseren Messwerten im Vergleich zur Messung mit der HALL-Sonde nieder. Daher ist die Messung mit der HALL-Sonde geeigneter als Methode zur Bestimmung magnetischer Flussdichten.

## 6.4. Vergleich der Spulen

In Abbildung E erkennt man sehr gut, dass das Feld der langen Spule und der HELMHOLTZ-Spule im Inneren sehr homogen ist. Demgegenüber fällt bei der kurzen Spule das Magnetfeld schon innerhalb der Spule stark ab. Während die Flussdichte der langen Spule am Spulenrand schon auf etwa die Hälfte der Flussdichte im Inneren abfällt, hat die HELMHOLTZ-Spule am Spulenrand eine Flussdichte von über 92% der Flussdichte im Inneren.

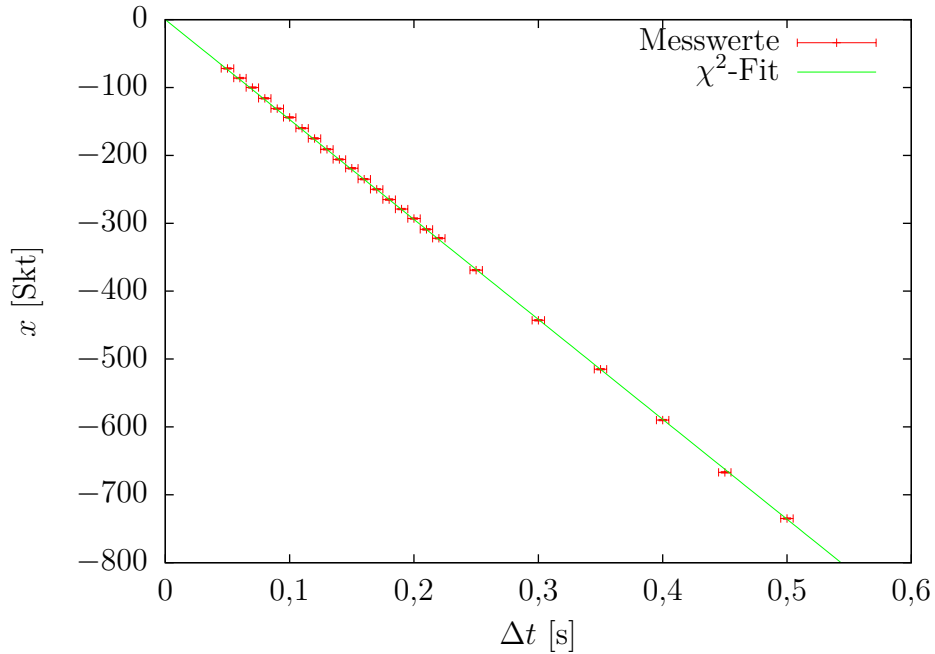
Relativ in Bezug auf die Länge erzeugt die HELMHOLTZ-Spule also ein Magnetfeld, das deutlich besser als homogen angenommen werden kann als das Magnetfeld der langen Spule. Aus den Gleichungen (48) und (50) liest man außerdem ab, dass bei ähnlicher Windungszahl (die lange Spule hat 829 Windungen, die HELMHOLTZ-Spule insgesamt 1014) und ähnlichem Radius der maximale Betrag der magnetischen Flussdichte der HELMHOLTZ-Spule mehr als dreimal so groß ist wie der der langen Spule. Dies erklärt, warum in der technischen Anwendung (zum Beispiel beim Versuch 12: Die spezifische Elektronenladung  $e/m_e$ ) zur Erzeugung eines homogenen Magnetfelds sehr häufig eine HELMHOLTZ-Spule verwendet wird.

## 6.5. Bestimmung der Feldkonstanten

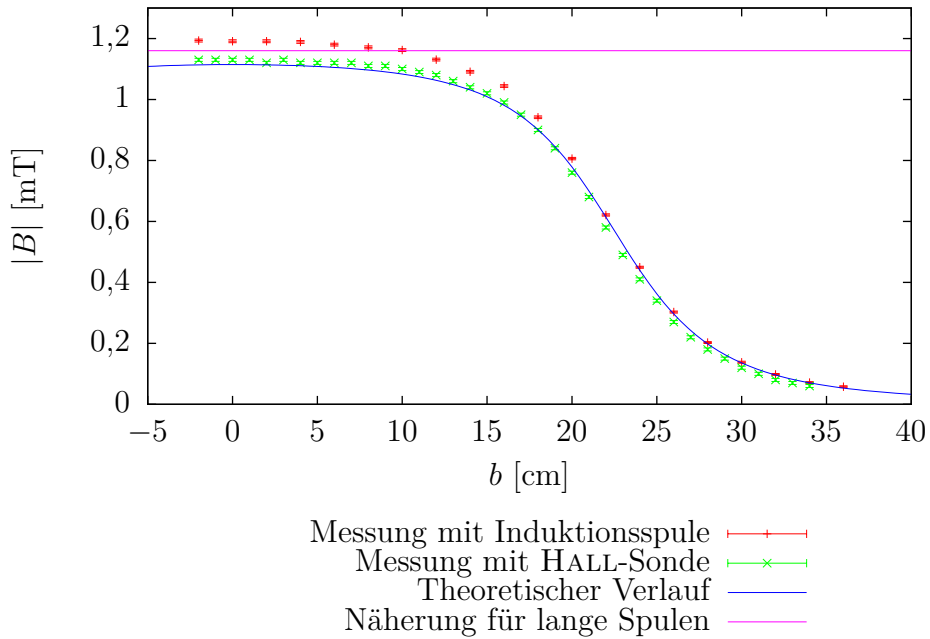
Vom Literaturwert  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$  nach Gleichung (2) weicht das in Abschnitt 5.6 bestimmte gewichtete Mittel  $\mu_0 = (1,307 \pm 0,018) \times 10^{-6} \text{ N/A}^2$  um etwa 4% ab, der Literaturwert liegt allerdings nicht im Fehlerintervall des Messergebnisses.

Betrachtet man allerdings die Ergebnisse für die magnetische Feldkonstante bei den einzelnen Spulen, so beträgt die Abweichung zwischen 0,6% bei der langen Spule in der Messung mit der HALL-Sonde und 6,0% bei der langen Spule in der Messung mit der Induktionsspule. Dies entspricht der Beobachtung aus Abschnitt 6.2, wie gut die Messwerte dem theoretisch erwarteten Feldverlauf entsprechen.

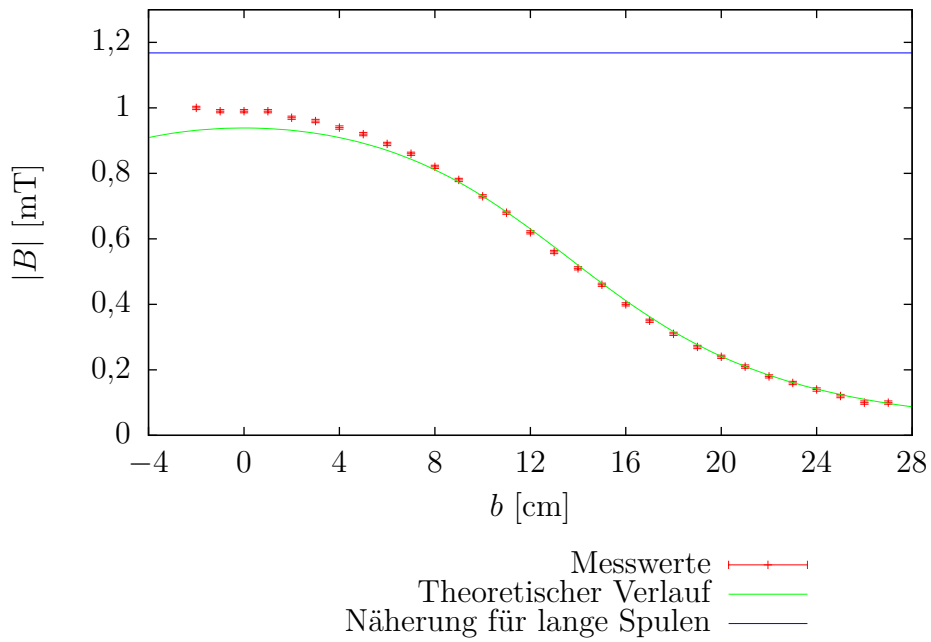
## A. Abbildungen & Tabellen



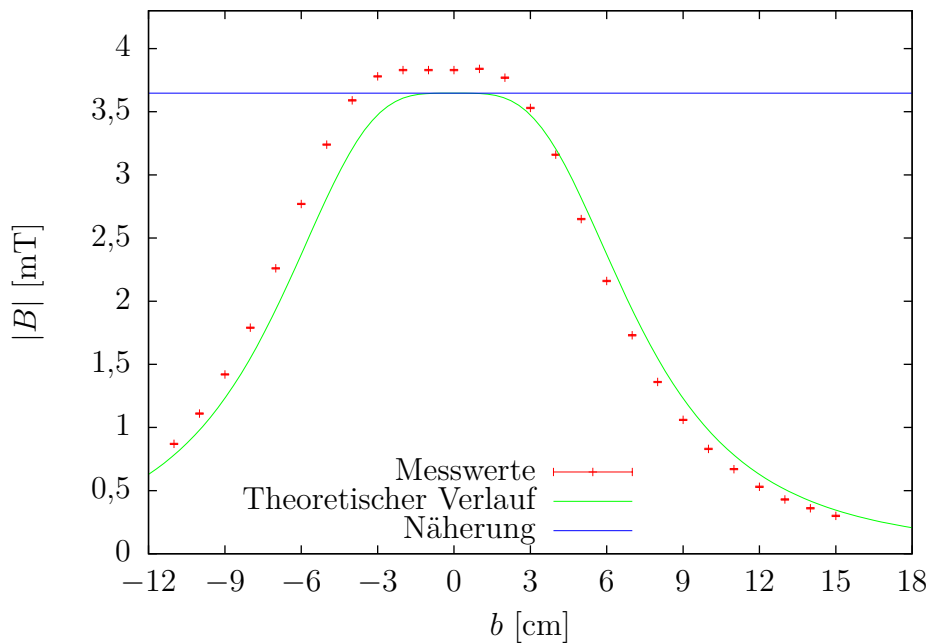
**Abbildung A:** Bestimmung der Eichkonstante  $\kappa$



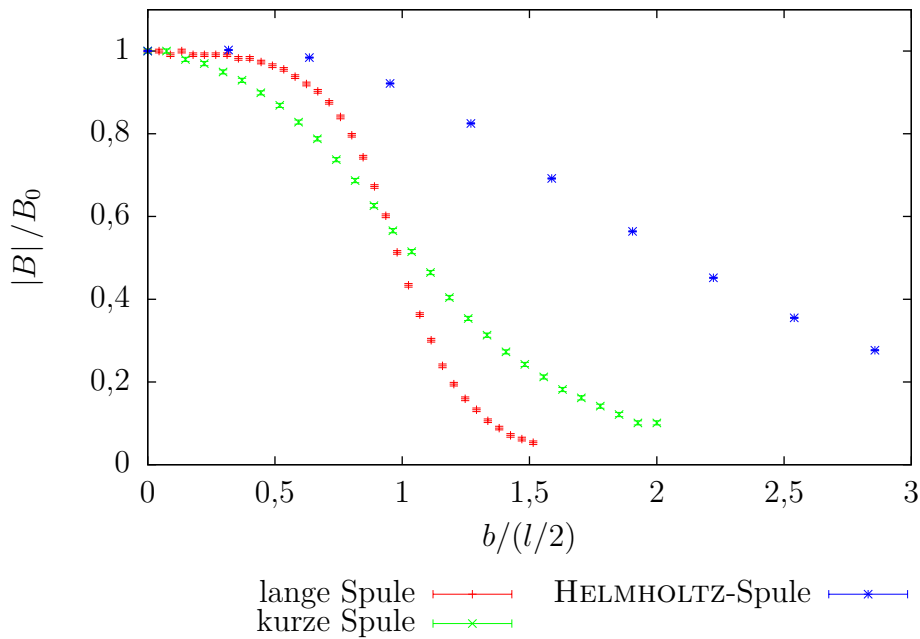
**Abbildung B:** Magnetische Flussdichte der langen Spule



**Abbildung C:** Magnetische Flussdichte der kurzen Spule



**Abbildung D:** Magnetische Flussdichte der HELMHOLTZ-Spule



**Abbildung E:** Vergleich der magnetischen Flussdichten der drei Spulen aus den Messungen mit der HALL-Sonde

	lange Spule	kurze Spule	HELMHOLTZ-Spule	Induktionsspule
Windungszahl $n$	829	502	507 (jeweils)	369
Radius $r$ [cm]	6,485	10	$6,25 \pm 0,05$	5,9
Länge $l$ [cm]	44,9	27	$6,30 \pm 0,05$	$6,10 \pm 0,05$
Widerstand $R_L$ [ $\Omega$ ]	$31,0 \pm 0,5$	$29,0 \pm 0,5$	$35,0 \pm 0,5$	$19,0 \pm 0,5$
Spulenstrom $I$ [A]	0,5	0,5	0,5	–

**Tabelle A:** Daten der vier verwendeten Spulen

Abstand $b$ [cm]	Flussdichte $B$ [mT]	Feldstärke $H$ [A/m]	Feldkonstante $\mu_0$ [ $10^{-6}$ N/A <sup>2</sup> ]
–2	$1,193 \pm 0,005$	886,14	$1,346 \pm 0,006$
0	$1,191 \pm 0,005$	886,90	$1,343 \pm 0,006$
2	$1,191 \pm 0,005$	886,14	$1,344 \pm 0,006$
4	$1,189 \pm 0,005$	883,77	$1,345 \pm 0,006$
6	$1,180 \pm 0,005$	879,46	$1,341 \pm 0,006$
8	$1,171 \pm 0,005$	872,57	$1,342 \pm 0,006$
10	$1,162 \pm 0,005$	862,01	$1,348 \pm 0,006$
12	$1,131 \pm 0,005$	845,81	$1,337 \pm 0,006$
14	$1,091 \pm 0,005$	820,62	$1,329 \pm 0,006$

**Tabelle B:** Experimentelle Flussdichte und theoretische Feldstärke der langen Spule – Messung mit Induktionsspule (*Fortsetzung auf nächster Seite*)

Abstand $b$ [cm]	Flussdichte $B$ [mT]	Feldstärke $H$ [A/m]	Feldkonstante $\mu_0$ [ $10^{-6}$ N/A <sup>2</sup> ]
16	$1,044 \pm 0,005$	780,66	$1,337 \pm 0,006$
18	$0,942 \pm 0,005$	716,92	$1,313 \pm 0,006$
20	$0,806 \pm 0,004$	619,42	$1,301 \pm 0,007$
22	$0,621 \pm 0,004$	488,70	$1,271 \pm 0,008$
24	$0,450 \pm 0,004$	349,85	$1,285 \pm 0,010$
26	$0,303 \pm 0,004$	235,86	$1,280 \pm 0,014$
28	$0,203 \pm 0,004$	157,69	$1,28 \pm 0,03$
30	$0,138 \pm 0,004$	107,95	$1,28 \pm 0,03$
32	$0,098 \pm 0,004$	76,48	$1,28 \pm 0,05$
34	$0,071 \pm 0,004$	56,09	$1,27 \pm 0,06$
36	$0,058 \pm 0,004$	42,41	$1,36 \pm 0,08$

**Tabelle B:** Experimentelle Flussdichte und theoretische Feldstärke der langen Spule – Messung mit Induktionsspule

Abstand $b$ [cm]	Flussdichte $B$ [mT]	Feldstärke $H$ [A/m]	Feldkonstante $\mu_0$ [ $10^{-6}$ N/A <sup>2</sup> ]
-2	$1,130 \pm 0,005$	886,14	$1,275 \pm 0,006$
-1	$1,130 \pm 0,005$	886,71	$1,274 \pm 0,006$
0	$1,130 \pm 0,005$	886,90	$1,274 \pm 0,006$
1	$1,130 \pm 0,005$	886,71	$1,274 \pm 0,006$
2	$1,120 \pm 0,005$	886,14	$1,264 \pm 0,006$
3	$1,130 \pm 0,005$	885,17	$1,277 \pm 0,006$
4	$1,120 \pm 0,005$	883,77	$1,267 \pm 0,006$
5	$1,120 \pm 0,005$	881,88	$1,270 \pm 0,006$
6	$1,120 \pm 0,005$	879,46	$1,274 \pm 0,006$
7	$1,120 \pm 0,005$	876,39	$1,278 \pm 0,006$
8	$1,110 \pm 0,005$	872,57	$1,272 \pm 0,006$
9	$1,110 \pm 0,005$	867,85	$1,279 \pm 0,006$
10	$1,100 \pm 0,005$	862,01	$1,276 \pm 0,006$
11	$1,090 \pm 0,005$	854,78	$1,275 \pm 0,006$
12	$1,080 \pm 0,005$	845,81	$1,277 \pm 0,006$
13	$1,060 \pm 0,005$	834,63	$1,270 \pm 0,006$
14	$1,040 \pm 0,005$	820,62	$1,267 \pm 0,007$
15	$1,020 \pm 0,005$	802,97	$1,270 \pm 0,007$
16	$0,990 \pm 0,005$	780,66	$1,268 \pm 0,007$
17	$0,950 \pm 0,005$	752,44	$1,263 \pm 0,007$
18	$0,900 \pm 0,005$	716,92	$1,255 \pm 0,007$
19	$0,840 \pm 0,005$	672,82	$1,248 \pm 0,008$
20	$0,760 \pm 0,005$	619,42	$1,227 \pm 0,009$

**Tabelle C:** Experimentelle Flussdichte und theoretische Feldstärke der langen Spule – Messung mit HALL-Sonde (*Fortsetzung auf nächster Seite*)



Abstand $b$ [cm]	Flussdichte $B$ [mT]	Feldstärke $H$ [A/m]	Feldkonstante $\mu_0$ [ $10^{-6}$ N/A <sup>2</sup> ]
21	$0,680 \pm 0,005$	557,24	$1,220 \pm 0,009$
22	$0,580 \pm 0,005$	488,70	$1,187 \pm 0,011$
23	$0,490 \pm 0,005$	417,95	$1,172 \pm 0,012$
24	$0,410 \pm 0,005$	349,85	$1,172 \pm 0,015$
25	$0,340 \pm 0,005$	288,42	$1,179 \pm 0,018$
26	$0,270 \pm 0,005$	235,86	$1,14 \pm 0,03$
27	$0,220 \pm 0,005$	192,55	$1,14 \pm 0,03$
28	$0,180 \pm 0,005$	157,69	$1,14 \pm 0,04$
29	$0,150 \pm 0,005$	129,95	$1,15 \pm 0,04$
30	$0,120 \pm 0,005$	107,95	$1,11 \pm 0,05$
31	$0,100 \pm 0,005$	90,46	$1,11 \pm 0,06$
32	$0,080 \pm 0,005$	76,48	$1,05 \pm 0,07$
33	$0,070 \pm 0,005$	65,23	$1,07 \pm 0,08$
34	$0,060 \pm 0,005$	56,09	$1,07 \pm 0,09$

**Tabelle C:** Experimentelle Flussdichte und theoretische Feldstärke der langen Spule – Messung mit HALL-Sonde

Abstand $b$ [cm]	Flussdichte $B$ [mT]	Feldstärke $H$ [A/m]	Feldkonstante $\mu_0$ [ $10^{-6}$ N/A <sup>2</sup> ]
-2	$1,000 \pm 0,005$	741,33	$1,349 \pm 0,007$
-1	$0,990 \pm 0,005$	745,60	$1,328 \pm 0,007$
0	$0,990 \pm 0,005$	747,01	$1,325 \pm 0,007$
1	$0,990 \pm 0,005$	745,60	$1,328 \pm 0,007$
2	$0,970 \pm 0,005$	741,33	$1,308 \pm 0,007$
3	$0,960 \pm 0,005$	734,10	$1,308 \pm 0,007$
4	$0,940 \pm 0,005$	723,71	$1,299 \pm 0,007$
5	$0,920 \pm 0,005$	709,94	$1,296 \pm 0,008$
6	$0,890 \pm 0,005$	692,49	$1,285 \pm 0,008$
7	$0,860 \pm 0,005$	671,08	$1,282 \pm 0,008$
8	$0,820 \pm 0,005$	645,46	$1,270 \pm 0,008$
9	$0,780 \pm 0,005$	615,50	$1,267 \pm 0,009$
10	$0,730 \pm 0,005$	581,25	$1,256 \pm 0,009$
11	$0,680 \pm 0,005$	543,08	$1,252 \pm 0,010$
12	$0,620 \pm 0,005$	501,68	$1,236 \pm 0,010$
13	$0,560 \pm 0,005$	458,09	$1,222 \pm 0,011$
14	$0,510 \pm 0,005$	413,62	$1,233 \pm 0,013$
15	$0,460 \pm 0,005$	369,65	$1,244 \pm 0,014$
16	$0,400 \pm 0,005$	327,48	$1,221 \pm 0,016$
17	$0,350 \pm 0,005$	288,13	$1,215 \pm 0,018$

**Tabelle D:** Experimentelle Flussdichte und theoretische Feldstärke der kurzen Spule (*Fortsetzung auf nächster Seite*)

Abstand $b$ [cm]	Flussdichte $B$ [mT]	Feldstärke $H$ [A/m]	Feldkonstante $\mu_0$ [ $10^{-6}$ N/A <sup>2</sup> ]
18	$0,310 \pm 0,005$	252,28	$1,23 \pm 0,02$
19	$0,270 \pm 0,005$	220,26	$1,23 \pm 0,03$
20	$0,240 \pm 0,005$	192,08	$1,25 \pm 0,03$
21	$0,210 \pm 0,005$	167,55	$1,25 \pm 0,03$
22	$0,180 \pm 0,005$	146,37	$1,23 \pm 0,04$
23	$0,160 \pm 0,005$	128,15	$1,25 \pm 0,04$
24	$0,140 \pm 0,005$	112,53	$1,24 \pm 0,05$
25	$0,120 \pm 0,005$	99,13	$1,21 \pm 0,06$
26	$0,100 \pm 0,005$	87,64	$1,14 \pm 0,06$
27	$0,100 \pm 0,005$	77,76	$1,29 \pm 0,07$

**Tabelle D:** Experimentelle Flussdichte und theoretische Feldstärke der kurzen Spule

Abstand $b$ [cm]	Flussdichte $B$ [mT]	Feldstärke $H$ [A/m]	Feldkonstante $\mu_0$ [ $10^{-6}$ N/A <sup>2</sup> ]
-11	$0,870 \pm 0,005$	621,57	$1,400 \pm 0,009$
-10	$1,110 \pm 0,005$	778,44	$1,426 \pm 0,007$
-9	$1,420 \pm 0,005$	979,54	$1,450 \pm 0,006$
-8	$1,790 \pm 0,005$	1232,50	$1,452 \pm 0,005$
-7	$2,260 \pm 0,005$	1538,93	$1,469 \pm 0,004$
-6	$2,770 \pm 0,005$	1886,60	$1,468 \pm 0,003$
-5	$3,240 \pm 0,005$	2241,75	$1,445 \pm 0,003$
-4	$3,590 \pm 0,005$	2551,36	$1,407 \pm 0,002$
-3	$3,780 \pm 0,005$	2765,62	$1,367 \pm 0,002$
-2	$3,830 \pm 0,005$	2870,97	$1,334 \pm 0,002$
-1	$3,830 \pm 0,005$	2900,11	$1,321 \pm 0,002$
0	$3,830 \pm 0,005$	2902,24	$1,320 \pm 0,002$
1	$3,840 \pm 0,005$	2900,11	$1,324 \pm 0,002$
2	$3,770 \pm 0,005$	2870,97	$1,313 \pm 0,002$
3	$3,530 \pm 0,005$	2765,62	$1,276 \pm 0,002$
4	$3,160 \pm 0,005$	2551,36	$1,239 \pm 0,002$
5	$2,650 \pm 0,005$	2241,75	$1,182 \pm 0,003$
6	$2,160 \pm 0,005$	1886,60	$1,145 \pm 0,003$
7	$1,730 \pm 0,005$	1538,93	$1,124 \pm 0,004$
8	$1,360 \pm 0,005$	1232,50	$1,103 \pm 0,005$
9	$1,060 \pm 0,005$	979,54	$1,082 \pm 0,006$
10	$0,830 \pm 0,005$	778,44	$1,066 \pm 0,007$
11	$0,670 \pm 0,005$	621,57	$1,078 \pm 0,009$
12	$0,530 \pm 0,005$	500,07	$1,06 \pm 0,01$

**Tabelle E:** Experimentelle Flussdichte und theoretische Feldstärke der HELMHOLTZ-Spule (*Fortsetzung auf nächster Seite*)

Abstand $b$ [cm]	Flussdichte $B$ [mT]	Feldstärke $H$ [A/m]	Feldkonstante $\mu_0$ [ $10^{-6}$ N/A <sup>2</sup> ]
13	$0,430 \pm 0,005$	405,92	$1,059 \pm 0,013$
14	$0,360 \pm 0,005$	332,62	$1,080 \pm 0,016$
15	$0,300 \pm 0,005$	275,14	$1,090 \pm 0,019$

**Tabelle E:** Experimentelle Flussdichte und theoretische Feldstärke der HELMHOLTZ-Spule

## B. Formelsammlung

### B.1. Gewichteter Mittelwert

Hat man in verschiedenen Messungen  $n$  voneinander unabhängige Werte  $x_i$  mit unterschiedlichen Fehlern  $\sigma_i$  aufgenommen, so gewichtet man bei der Berechnung des Mittelwerts alle Einzelergebnisse mit dem reziproken Fehlerquadrat. So erhalten Einzelergebnisse mit einem kleinen Fehler ein größeres Gewicht als stark fehlerbehaftete Werte. Man berechnet also das *gewichtete Mittel* dieser Messgröße  $x$  mit

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}} \quad (\text{a})$$

und den Fehler des Mittelwerts durch

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}}} \quad (\text{b})$$

Weichen die Fehler der einzelnen Werte stark ab oder liegen die Einzelergebnisse nicht in ihren gegenseitigen Fehlerintervallen, verwendet man auch die Fehlerformel

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\sigma_i^2}}{(n-1) \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}}} \quad (\text{c})$$

oder man verwendet das Maximum dieser beiden Fehler.

### B.2. Fehlerfortpflanzung

Betrachtet man eine Messgröße  $y$ , die sich über eine Funktion  $y = y(x_1, \dots, x_n)$  aus  $n$  verschiedenen Messgrößen  $x_i$  ergibt, so möchte man wissen, welcher Fehler

für  $y$  sich aus den Fehlern  $\sigma_i$  der Messgrößen  $x_i$  ergibt. Nach dem Gesetz zur Fehlerfortpflanzung berechnet man den Fehler durch

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2}. \quad (\text{d})$$

## C. Literaturverzeichnis

- [DEM] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 2. Elektrizität und Optik*. Vierte Auflage. Berlin, 2006.
- [GER] Helmut Vogel. *Gerthsen Physik*. Neunzehnte Auflage. Berlin, 1997.
- [GRI] David Griffiths. *Introduction to Electrodynamics*. Dritte Auflage. Neu-Delhi, 2011.
- [LP1] Lehrportal Physik. *Magnetfeld von Spulen*. Online im Internet: <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/4087>, abgerufen am 11.09.2012, 18:07 Uhr.
- [LP2] Lehrportal Physik. *Messung großer Widerstände*. Online im Internet: <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/4070>, abgerufen am 11.09.2012, 18:08 Uhr.