

Versuch 12

Die spezifische Elektronenladung

Praktikant: Joscha Knolle
Ole Schumann
E-Mail: joscha@zimmer209.eu
Durchgeführt am: 11.09.2012
Abgabe: 12.09.2012

Testiert:

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	2
2. Theorie	2
2.1. Elektrische Beschleunigung	2
2.2. Magnetische Beschleunigung	2
3. Materialien & Methoden	3
3.1. Elektronenkanone	3
3.2. Helmholtzspulen	4
3.3. Versuchsaufbau	5
4. Durchführung	6
4.1. Vorbereitung	6
4.2. Messreihen	6
5. Auswertung	7
5.1. Berechnung der spezifischen Ladung	7
5.2. Korrelation von spezifischer Ladung und Durchmesser	7
5.3. Berechnung der Flussdichte B	7
6. Diskussion	8
A. Tabellen & Abbildungen	I
B. Formelsammlung	III
C. Literaturverzeichnis	IV

1. Einleitung

Als Elementarteilchen spielt das Elektron eine wichtige Rolle in den Naturwissenschaften, unter anderem als Bestandteil der Atome und als bewegliche Ladung auf Leitern. Wesentliche Eigenschaften des Elektrons sind seine Ladung e und seine Masse m_e . Im Jahr 1897 bestimmten JOSEPH THOMSON und der Göttinger Geophysiker EMIL WIECHERT unabhängig voneinander die spezifische Ladung e/m_e des Elektrons mittels Kathodenstrahlung.

Diese Entdeckung wollen wir in diesem Versuch am Fadenstrahlrohr nachvollziehen und so selbst die spezifische Ladung des Elektrons messen.

2. Theorie

In einem allgemeinen elektromagnetischen Feld mit der elektrischen Komponente \vec{E} und der magnetischen Komponente \vec{B} erfährt eine Ladung q mit der Geschwindigkeit \vec{v} die elektromagnetische Kraft

$$\vec{F} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right). \quad (1)$$

2.1. Elektrische Beschleunigung

Betrachtet man den Spezialfall, dass das elektrische Feld homogen ist und das magnetische Feld verschwindet, dann wird eine negative Ladung in Richtung des elektrischen Feldes beschleunigt. Insbesondere kann das elektrische Feld aufgefasst werden als Spannung pro Abstand. Wird eine Ladung also durch das elektrische Feld um eine Länge x bewegt, so hat sie eine elektrische Energie $qxU = qU$ erhalten, die in eine kinetische Energie $\frac{1}{2}mv^2$ umgewandelt wird. Nach der Strecke x hat der Ladungsträger also eine Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \quad (2)$$

aufgenommen. [DEM, S. 95]

2.2. Magnetische Beschleunigung

Wenn man hingegen den Spezialfall betrachtet, dass das magnetische Feld homogen ist, das elektrische Feld verschwindet und sich der Ladungsträger mit konstanter Geschwindigkeit senkrecht zur Richtung des magnetischen Felds bewegt, so beobachtet man, dass die Bewegung des Ladungsträgers eine Kreisbahn beschreibt.

Da die magnetische Kraft keine Arbeit verrichtet, wirkt die Lorentzkraft qvB als Zentripetalkraft mv^2/r . Der Radius des Kreises, auf dem sich der Ladungsträger bewegt, berechnet sich also zu

$$r = \frac{mv}{qB}. \quad (3)$$

Lässt man nun zu, dass der Ladungsträger nicht senkrecht zur Magnetfeldrichtung, sondern schräg in das Magnetfeld eintritt, so beobachtet man für die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum Magnetfeld das gleiche Verhalten wie eben beschrieben. Die Geschwindigkeitskomponente parallel zur Magnetfeldrichtung wird hingegen nicht beeinflusst. Es ergibt sich also eine Spiralbahn. [DEM, S. 95]

3. Materialien & Methoden

3.1. Elektronenkanone

Zur Erzeugung eines gebündelten Strahls freier Elektronen dient eine Elektronenkanone, wie sie schematisch in Abbildung 1 dargestellt ist. Aus der sogenannten *Glühkathode* treten beim Heizen Elektronen aufgrund des RICHARDSON-Effekts aus und werden im elektrischen Feld zwischen der Glühkathode und einer Anode in eine Richtung beschleunigt.

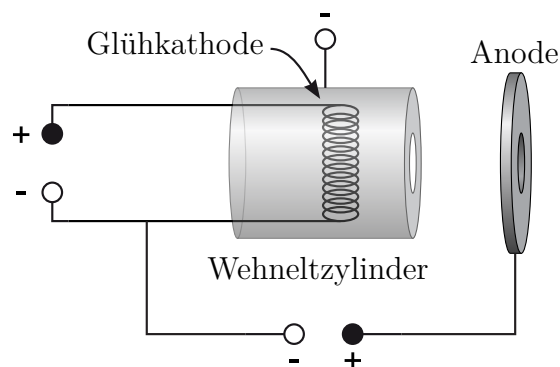


Abbildung 1: Schematische Darstellung einer Elektronenkanone [LP, S. 2]

Der sogenannte WEHNELT-Zylinder ist wie die Glühkathode negativ geladen und stößt dadurch die Elektronen ab. Da diese aber im elektrischen Feld zur Anode hin beschleunigt werden, werden sie in der Mitte des Wehnelt-Zylinders fokussiert. So entsteht ein enger Strahl gleichgerichteter und etwa gleich schneller Elektronen. [MER, S. 56 f.]

Ist U_B die Spannung, mit der die Elektronen in der Elektronenkanone beschleunigt werden, so verlassen die Elektronen die Elektronenkanone nach Gleichung (2) mit

einer Geschwindigkeit von

$$v = \sqrt{\frac{2eU_B}{m_e}}. \quad (4)$$

3.2. Helmholtzspulen

Unter einem Helmholtzspulenpaar versteht man zwei parallele Ringspulen mit gleichem Radius R , durch die ein gleicher Strom in gleiche Richtung fließt und deren Abstand a genau dem Spulenradius entspricht. Die Bedingung $a = R$ wird auch als HELMHOLTZ-Bedingung bezeichnet. In Abbildung 2(a) ist die Anordnung zweier Helmholtzspulen schematisch dargestellt.

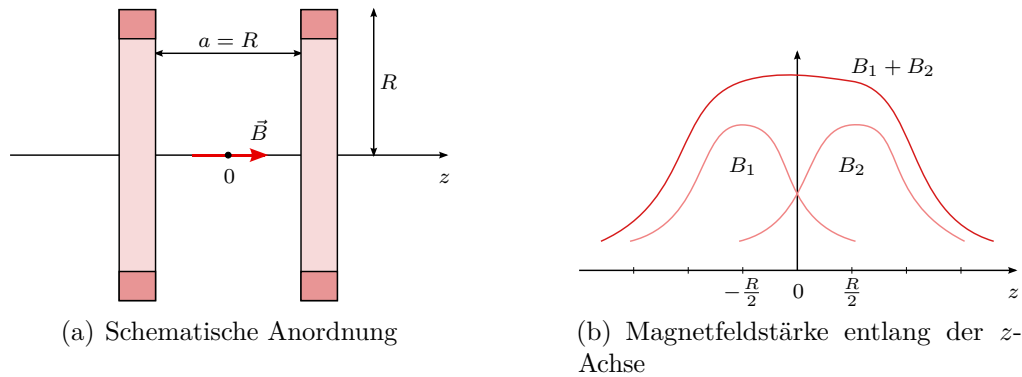


Abbildung 2: Helmholtzspulenpaar [DEM, S. 91]

Die Helmholtz-Bedingung erhält man, wenn man zunächst die Magnetfeldstärke für eine Anordnung mit variablen Abstand a betrachtet. Dazu entwickelt man die Magnetfeldstärke auf der Symmetrieachse der Spulen in eine Taylor-Reihe um $z = 0$ und erhält nach [DEM, S. 90 f.]

$$B(z) = \frac{8\mu_0 n I R^2}{\sqrt{a^2 + 4R^2}^3} \cdot \left[1 + 24 \frac{a^2 - R^2}{(a^2 + 4R^2)^2} z^2 + 240 \frac{a^4 - 6a^2 R^2 + 2R^4}{(a^2 + 4R^2)^4} z^4 + \dots \right], \quad (5)$$

wobei I der Strom durch die Spulen und n die Anzahl der Windungen pro Spule ist. Man erkennt, dass für $a = R$ der Term mit z^2 verschwindet und somit das magnetische Feld um $z = 0$ in guter Näherung konstant ist mit dem Wert

$$B \approx \frac{8n\mu_0 I}{\sqrt{125}R}. \quad (6)$$

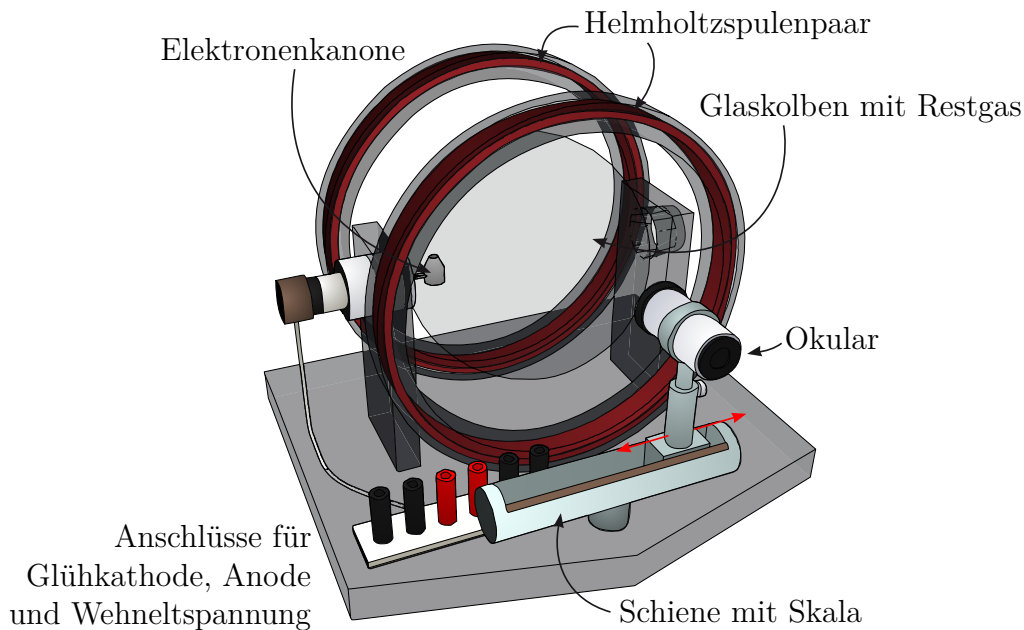


Abbildung 3: Versuchsaufbau [LP, S. 2]

3.3. Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 3 schematisch dargestellt und besteht im Wesentlichen aus einem Fadenstrahlrohr, einem Helmholtzspulenpaar und einer verschiebbaren Ablesevorrichtung. Das Fadenstrahlrohr besteht aus einem Kolben, der mit einem Gas (z. B. Neon) unter geringem Druck gefüllt ist und in dem eine Elektronenkanone angebracht ist. Durch Kollision der freigesetzten Elektronen mit den Gasteilchen emittieren diese Licht, sodass die Bewegung des Elektronenstrahls für den Beobachter sichtbar ist. Weiterhin ist vor dem Kolben eine Skala mit einem verschiebbaren Okular angebracht, wodurch der Elektronenstrahl vermessen werden kann. Das durch die Helmholtzspulen erzeugte Magnetfeld kann als homogen angenommen werden.

Durch Verändern der Beschleunigungsspannung U_B und des Spulenstroms I können die Praktikanten die Geschwindigkeit der Elektronen beziehungsweise die Stärke des Magnetfelds und dadurch den Radius des Kreises, auf dem sich die Elektronen bewegen, beeinflussen. Nach Gleichung (3) erhält man mit der Elektronengeschwindigkeit aus Gleichung (4) und der Magnetfeldstärke aus Gleichung (6) als Formel für den Radius der Kreisbahn

$$r = \frac{R}{8n\mu_0 I} \sqrt{\frac{250U_B m_e}{e}}. \quad (7)$$

Misst man also den Durchmesser $d = \frac{r}{2}$ der Kreisbahn aus, so lässt sich nach der Formel

$$\frac{e}{m_e} = \frac{125R^2U_B}{8n^2\mu_0^2I^2d^2} \quad (8)$$

die spezifische Ladung des Elektrons bestimmen. Als Gerätekonstanten sind dabei der Radius der Helmholtzspulen mit $R = 12,2 \text{ cm}$ und die Windungszahl pro Helmholtzspule mit $n = 200$ vorgegeben [LP, S. 3].

4. Durchführung

4.1. Vorbereitung

Zunächst ist darauf zu achten, dass die Spannung am Wehneltzylinder an einem Messgerät angezeigt wird. Beim Einschalten der Apparatur müssen die Kathodenheizung und die Anodenspannung null betragen. Dann ist die Heizung so lange langsam zu erhöhen, bis der Kathodenzylinder rot glüht, bevor die Anodenspannung eingeschaltet wird. Dabei darf der Spulenstrom einen Wert von 1 A nicht überschreiten.

Dann werden in einem groben Raster die Beschleunigungsspannung in Schritten von 20 V und der Spulenstrom in Schritten von 0,1 A variiert und untersucht, bei welchen Konfigurationen überhaupt Durchmesser messbar sind, also der Kreis des Elektronenstrahls vollständig im Fadenstrahlrohr liegt.

4.2. Messreihen

Es soll in insgesamt vier Messreihen der Wert des Durchmessers d in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung U_B und dem Spulenstrom I bestimmt werden. Dazu werden aus den Ergebnissen der vorbereitenden Schritte aus Abschnitt 4.1 je zwei Bereiche für die Beschleunigungsspannung und für den Spulenstrom ausgewählt, in denen der jeweils andere Parameter bei messbarem Durchmesser möglichst stark verändert werden kann.

Zum Einen wählt man so die Beschleunigungsspannung U_B aus 150 V und 220 V fest und variiert den Spulenstrom I aus 0,5 A bis 1 A in Schritten von 0,05 A. Zum Anderen wählt man den Spulenstrom I fest aus 0,5 A und 0,65 A und variiert die Beschleunigungsspannung U_B aus dem Bereich von 110 V bis 240 V in Schritten von 10 V.

5. Auswertung

5.1. Berechnung der spezifischen Ladung

Die Messwerte der vier Messreihen sind in Tabelle A aufgetragen. Über Gleichung (8) berechnet man daraus die spezifische Ladung des Elektrons e/m_e . Der Fehler Δ_{e/m_e} der Einzelmessung ergibt sich nach der Fehlerfortpflanzung (c) zu

$$\Delta_{e/m_e} = \frac{e}{m_e} \sqrt{4 \frac{\Delta_d^2}{d^2} + \frac{\Delta_{U_B}^2}{U_B^2} + 4 \frac{\Delta_I^2}{I^2}}. \quad (9)$$

Die so berechneten spezifischen Ladungen und deren Fehler sind ebenfalls in Tabelle A aufgetragen. Aus den so erhaltenen Werten für e/m_e berechnet man das gewichtete Mittel wie in Gleichung (a) mit dem Fehlerterm (b) und erhält

$$\frac{e}{m_e} = (1,510 \pm 0,005) \times 10^{11} \text{ C/kg}. \quad (10)$$

5.2. Korrelation von spezifischer Ladung und Durchmesser

Um systematische Fehler untersuchen zu können, wurde in Abbildung A die experimentell bestimmte spezifische Ladung e/m_e gegen den Durchmesser der Elektronenbahn bei dieser Bestimmung aufgetragen. Zusätzlich ist der Literaturwert aus Abschnitt B.3 eingetragen.

5.3. Berechnung der Flussdichte B

Nun wollen wir die magnetische Flussdichte B untersuchen. Über das Kräftegleichgewicht $F_Z = F_L$ der Lorentzkraft und der Zentripetalkraft erhält man den Zusammenhang

$$evB = 2m_e \frac{v^2}{d} \quad \Leftrightarrow \quad B = 2 \frac{m_e v}{ed} \quad \Leftrightarrow \quad B = \sqrt{\frac{8U_B m_e}{d^2 e}}. \quad (11)$$

Der Fehler berechnet sich hierbei nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz (c) zu

$$\Delta_B = \frac{B}{2} \sqrt{\frac{\Delta_{U_B}^2}{U_B^2} + 4 \frac{\Delta_d^2}{d^2}}. \quad (12)$$

Den Wert für m_e/e haben wir als gegeben und damit als exakt angenommen. Andererseits können wir aus Gleichung (6) theoretische Werte für die konstanten Ströme von 0,5 A und 0,65 A berechnen. Diese sind

$$B_{0,5} = (0,737 \pm 0,008) \text{ mT} \quad \text{und} \quad B_{0,65} = (0,958 \pm 0,008) \text{ mT} \quad (13)$$

wobei der Fehler unter der Annahme, dass Radius und Windungszahl exakt sind, durch

$$\Delta_B = \Delta_I \frac{B}{I} \quad (14)$$

errechnet wird.

Diese theoretischen Werte und die aus den Messwerten nach Gleichung (11) berechneten Werte sind in Abbildung B aufgetragen.

6. Diskussion

In Tabelle 1 sind unser Messergebnis (10) und der Literaturwert aus Tabelle B für die spezifische Ladung des Elektrons e/m_e aufgetragen. Unser Ergebnis weicht um 14,1 % vom Literaturwert ab. Man erkennt in Abbildung A, dass diese Abweichung auf alle Messwerte zutrifft, hier also kein statistischer, sondern ein systematischer Fehler vorliegt.

Messergebnis	$(1,510 \pm 0,005) \times 10^{11} \text{ C/kg}$
Literaturwert	$1,758\,820\,1 \times 10^{11} \text{ C/kg}$
Abweichung	14,1 %

Tabelle 1: Vergleich von Messergebnis und Literaturwert für e/m_e

Eine Fehlerquelle kann die Annahme sein, dass das durch die Helmholtzspulen erzeugte Magnetfeld im ganzen Bereich des Fadenstrahlrohrs homogen ist. Allerdings erkennt man in Abbildung B, dass bei gleichem Spulenstrom die Flussdichte B trotz unterschiedlicher Durchmesser ungefähr gleich bleibt, unsere Näherung also zulässig ist. Man erkennt aber auch, dass das Magnetfeld B bei beiden Strömen von den Messwerten unterschätzt wird im Vergleich zu den theoretischen Werten. Möglicherweise weißt also die Spannung einen konstanten Offset auf, welcher auch dafür sorgt, dass die spezifische Ladung immer unterschätzt wurde, was den systematischen Fehler erklären würde.

Außerdem ist es möglich, dass trotz möglichst genauer Justierung der Elektronenstrahl eine leichte Schraubenbahn beschrieben hat und daher nicht perfekt gleichförmig war. Dadurch kann beim Ablesen ein konstanter Fehler entstanden sein.

A. Tabellen & Abbildungen

U_B [V]	I [A]	r [cm]	e/m_e [10^{11} C/kg]
150	0,50	0,121	$1,52 \pm 0,04$
	0,55	0,111	$1,50 \pm 0,04$
	0,60	0,100	$1,55 \pm 0,04$
	0,65	0,095	$1,46 \pm 0,03$
	0,70	0,088	$1,46 \pm 0,03$
	0,75	0,081	$1,50 \pm 0,03$
	0,80	0,075	$1,55 \pm 0,04$
	0,85	0,070	$1,58 \pm 0,04$
	0,90	0,066	$1,57 \pm 0,04$
	0,95	0,063	$1,540 \pm 0,004$
	1,00	0,060	$1,56 \pm 0,04$
220	0,55	0,138	$1,42 \pm 0,03$
	0,60	0,124	$1,46 \pm 0,03$
	0,65	0,114	$1,48 \pm 0,03$
	0,70	0,104	$1,54 \pm 0,03$
	0,75	0,098	$1,51 \pm 0,03$
	0,80	0,091	$1,53 \pm 0,03$
	0,85	0,085	$1,57 \pm 0,03$
	0,90	0,081	$1,54 \pm 0,03$
	0,95	0,076	$1,55 \pm 0,03$
	1,00	0,072	$1,58 \pm 0,03$
190	0,50	0,139	$1,46 \pm 0,04$
180		0,136	$1,43 \pm 0,04$
170		0,131	$1,46 \pm 0,04$
160		0,128	$1,45 \pm 0,04$
150		0,121	$1,51 \pm 0,04$
140		0,119	$1,47 \pm 0,04$
130		0,114	$1,49 \pm 0,04$
120		0,110	$1,46 \pm 0,04$
110		0,104	$1,51 \pm 0,04$
240	0,65	0,119	$1,49 \pm 0,03$
230		0,114	$1,54 \pm 0,03$
220		0,113	$1,50 \pm 0,03$
210		0,109	$1,54 \pm 0,03$
200		0,108	$1,51 \pm 0,03$
190		0,104	$1,53 \pm 0,03$
180		0,101	$1,55 \pm 0,03$
170		0,098	$1,54 \pm 0,03$
160		0,098	$1,47 \pm 0,03$
150		0,092	$1,56 \pm 0,04$
140		0,092	$1,44 \pm 0,03$
130		0,087	$1,51 \pm 0,04$
120		0,084	$1,50 \pm 0,04$
110		0,080	$1,52 \pm 0,04$

Tabelle A: Messwerte und berechnete spezifische Ladungen

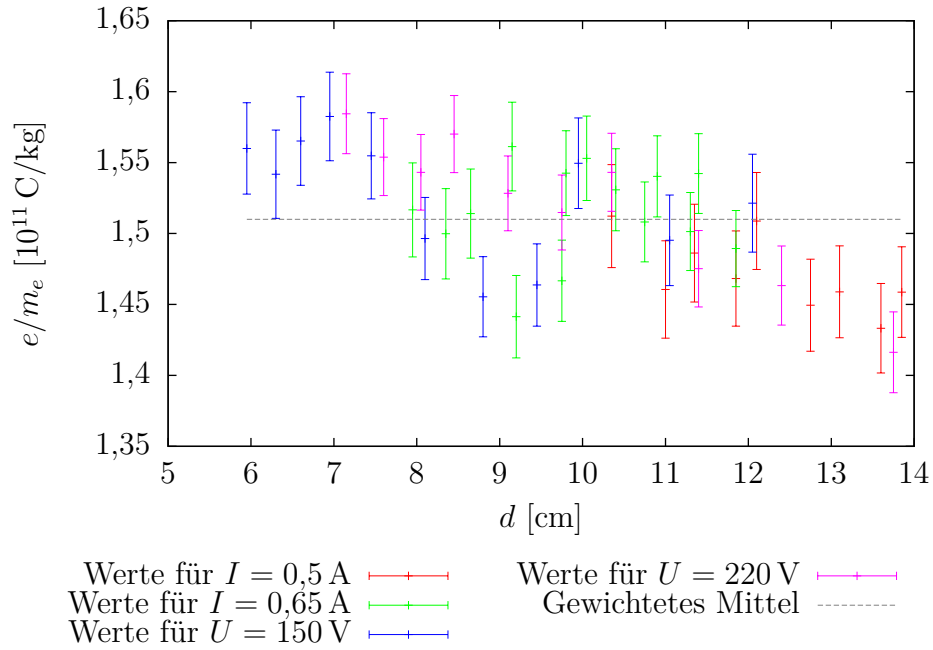


Abbildung A: Korrelation von spezifischer Ladung e/m_e und Durchmesser der Elektronenbahn d

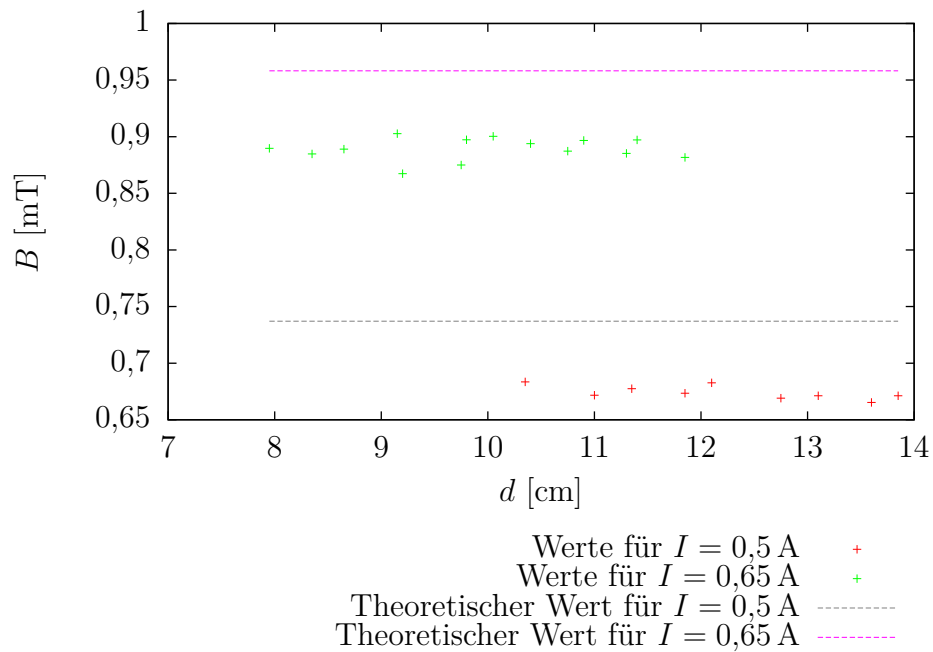


Abbildung B: Abhängigkeit des Magnetfelds B vom Durchmesser der Elektronenbahn d

B. Formelsammlung

B.1. Gewichteter Mittelwert

Hat man in verschiedenen Messungen n voneinander unabhängige Werte x_i mit unterschiedlichen Fehlern Δ_i aufgenommen, so berechnet man das *gewichtete Mittel* dieser Messgröße x mit

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\Delta_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\Delta_i^2}} \quad (\text{a})$$

und den Fehler des Mittelwerts durch

$$\Delta_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\Delta_i^2}}{(n-1) \sum_{i=1}^n \frac{1}{\Delta_i^2}}}. \quad (\text{b})$$

B.2. Fehlerfortpflanzung

Betrachtet man eine Messgröße y , die sich über eine Vorschrift $y = y(x_1, \dots, x_n)$ aus n verschiedenen Messgrößen x_i ergibt, so möchte man wissen, welcher Fehler für y sich aus den Fehlern Δ_i der Messgrößen x_i ergibt. Nach dem Gesetz zur *Fehlerfortpflanzung* berechnet man den Fehler durch

$$\Delta_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2 \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2}. \quad (\text{c})$$

B.3. Literaturwerte

Für die Ladung eines Elektrons und dessen Masse werden als Vergleichswerte die Daten in Tabelle B.3 nach [TBP, S. 767] verwendet. Aus diesen Werten wurde ebenfalls der Literaturwert der spezifischen Ladung des Elektrons ermittelt.

$$\begin{aligned} e &= 1,602\,176\,53 \times 10^{-19} \text{ C} \\ m_e &= 9,109\,382\,6 \times 10^{-31} \text{ kg} \\ e/m_e &= 1,758\,820\,1 \times 10^{11} \text{ C/kg} \end{aligned}$$

Tabelle B: Literaturwerte nach [TBP, S. 767]

C. Literaturverzeichnis

- [DEM] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 2. Elektrizität und Optik*. Vierte Auflage. Berlin, 2006.
- [LP] Lehrportal Physik. *Die spezifische Elektronenladung*. Online im Internet: <http://lp.uni-goettingen.de/get/pdf/4081>, abgerufen am 30.08.12, 16:58 Uhr.
- [MER] Julian Merkert. *Teilchenphysik im Experiment*. Online im Internet: <http://project-physicsteaching.web.cern.ch/project-physicsteaching/german/kurzvideos/teilchenphysik-im-experiment.pdf>, abgerufen am 30.08.12, 17:50 Uhr.
- [TBP] Horst Stöcker. *Taschenbuch der Physik. Formeln, Tabellen, Übersichten*. Fünfte Auflage. Frankfurt am Main, 2005.