

Versuch 7

Der Adiabatenexponent

Praktikant: Joscha Knolle
 Ole Schumann
E-Mail: joscha@htilde.de
Durchgeführt am: 16.07.2012
Abgabe: 20.07.2012

Testiert:

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	2
2. Theorie	2
3. Materialien & Methoden	3
3.1. Versuchsaufbau	3
3.1.1. Versuchsaufbau nach Rüchardt	4
3.1.2. Versuchsaufbau nach Clement-Desormes	4
3.2. Adiabatenexponent nach Rüchardt	5
3.3. Adiabatenexponent nach Clement-Desormes	5
4. Durchführung	6
4.1. Schwingungsversuch	6
4.2. Expansionsversuch	7
5. Auswertung	7
5.1. Rüchardt	7
5.2. Clement-Desormes	8
6. Diskussion	9
6.1. Freiheitsgrade	9
6.2. Adiabatenkoeffizient von Luft	10
A. Formelsammlung	I
B. Literaturverzeichnis	I

1. Einleitung

Zustandsänderungen von Gasen sind nicht immer mit dem Austausch von Wärme verbunden. Beispielsweise bei der Ausbreitung von Schallwellen oder dem Benutzen einer Luftpumpe findet die Volumenänderung so schnell statt, dass der Wärmeaustausch mit der Umgebung vernachlässigbar ist.

Solche Prozesse werden *adiabatisch* genannt und lassen sich mit dem Adiabatenkoeffizienten κ beschreiben. In diesem Versuch wollen wir κ für verschiedene Gase bestimmen.

2. Theorie

Ein abgeschlossenes Volumen Gas lässt sich als thermodynamisches System durch die Zustandsgrößen Druck p , Volumen V und Temperatur T charakterisieren. Betrachtet man Zustandsänderungen eines solchen Systems, so lassen sich besonders gut Änderungen beschreiben, für die eine Zustandsgröße konstant bleibt. Solche Zustandsänderungen bezeichnet man als *isobar*, falls $dp = 0$, *isochor*, falls $dV = 0$, oder *isotherm*, falls $dT = 0$.

Außerdem betrachtet man *adiabatische* Zustandsänderungen, bei denen das System keine thermische Energie mit der Umgebung austauscht. Wir wollen nun solche Vorgänge quantitativ beschreiben. Dazu unterscheiden wir *Zustandsgrößen*, die messbar sind und dessen Differentiale wir mit d kennzeichnen wollen, und *Prozessgrößen*, die momentane Einwirkungen beschreiben und dessen Differentiale wir mit einem δ kennzeichnen.

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik lässt sich für die innere Energie dU , die zugeführte Wärmemenge δQ , den Druck p und das Volumen dV eines Gases formulieren als

$$dU = \delta Q - pdV. \quad (1)$$

Für die adiabatische Zustandsänderung $\delta Q = 0$ folgt daher, dass die Änderung der inneren Energie auf mechanische Arbeit zurückzuführen ist, also $dU = -pdV$. Bei einer isochoren Temperaturänderung $dV = 0$ entspricht die zugeführte Wärmemenge der inneren Energie, also $dU = \delta Q = c_V dT$ mit der spezifischen Wärmekapazität c_V bei konstantem Volumen. Zusammen erhält man

$$-pdV = c_V dT. \quad (2)$$

Man definiert die Enthalpie durch $H = U + p \cdot V$ und erhält

$$dH = dU + pdV + Vdp. \quad (3)$$

Damit lässt sich Gleichung (1) umformulieren zu

$$dH = \delta Q + V dp. \quad (4)$$

Wieder betrachtet man die adiabatische Zustandsänderung und erhält $dH = V dp$. Ebenso folgt für die isobare Temperaturänderung $dH = \delta Q = c_p dT$ mit der spezifischen Wärmekapazität c_p bei konstantem Druck. Gleichsetzen liefert

$$V dp = c_p dT. \quad (5)$$

Diese beiden Überlegungen zu adiabatischen Prozessen fasst man nun zusammen, indem man Gleichung (2) und Gleichung (5) nach dT auflöst und gleichsetzt. Mit der Notation $\kappa = c_p/c_V$ folgt also

$$\frac{dp}{p} + \kappa \frac{dV}{V} = 0. \quad (6)$$

Integrieren liefert die Poisson-Gleichung:

$$pV^\kappa = \text{const.} \quad (7)$$

Setzt man die ideale Gasgleichung für ein Mol Gas $pV = RT$ ein, erhält man die äquivalente Formulierung

$$TV^{\kappa-1} = \text{const.} \quad (8)$$

Eine alternative Charakterisierung des Adiabatenexponenten ergibt sich über die Anzahl der Freiheitsgrade f der Gasmoleküle. Aus der kinetischen Gastheorie ergibt sich

$$\kappa = \frac{c_p}{c_V} = \frac{f+2}{f}. \quad (9)$$

Dabei verteilt sich die kinetische Energie gleichmäßig auf alle Freiheitsgrade der Gasteilchen, die durch den molekularen beziehungsweise atomaren Aufbau der Gasteilchen gegeben ist. Atome beispielsweise haben bei Raumtemperatur effektiv nur die drei Freiheiten der Translation. Bei Molekülen kommen dann weitere Freiheitsgrade der Rotation und der Schwingung hinzu.

3. Materialien & Methoden

3.1. Versuchsaufbau

Für die Bestimmung des Adiabatenexponenten werden zwei Versuchsaufbauten verwendet. Der Eine ist vom deutschen Physiker EDUARD RÜCHARDT entworfen, der Andere von den Franzosen CHARLES DESORMES und NICOLAS CLÉMENT. Beide Experimente sind schematisch in Abbildung 1 dargestellt.

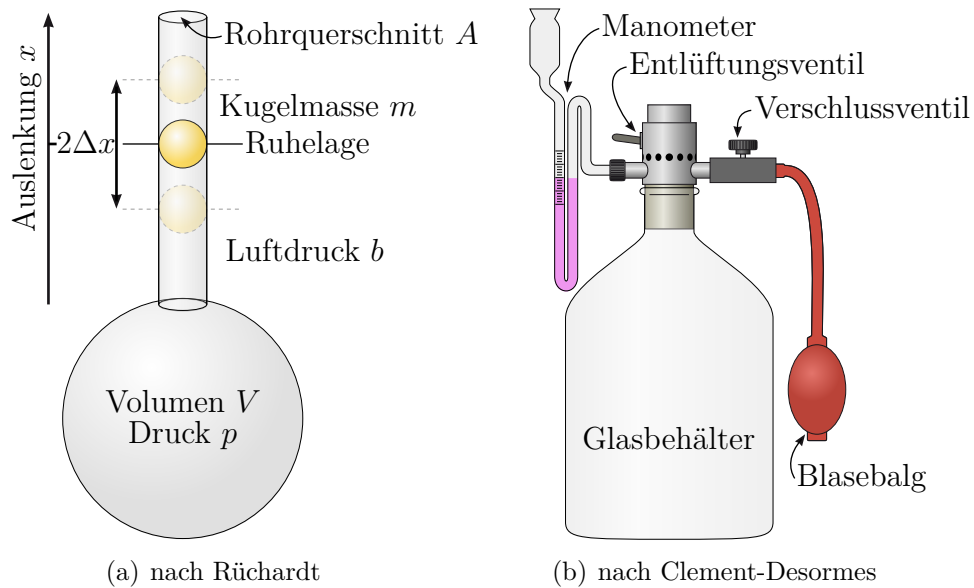


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Versuchsaufbauten [LP]

3.1.1. Versuchsaufbau nach Rüchardt

Das RÜCHARDT-Experiment besteht aus einem Glasbehälter mit Volumen V , auf dem ein Glasrohr mit Querschnittsfläche $A = \frac{1}{4}\pi D$ als einziger Öffnung angebracht ist. In das Rohr wird ein Schwingkörper mit Masse M fallen gelassen, welcher das Glasrohr so verschließt, dass kein Gas entweichen kann. Über ein Glasregulierventil und ein Entlüftungsventil können verschiedene Gase in das Gefäß gepumpt werden. Zur Verfügung stehen dabei Druckluft, Kohlenstoffdioxid und Argon.

An dem Glasrohr befindet sich ein kleiner Schlitz, durch den Gas entweichen kann. Unmittelbar darüber ist ein Gerät zur Messung der Periodendauer des Schwingkörpers angebracht. Es lässt sich einstellen auf 1, 10, 20, 50 und 100 Schwingungen und misst nach dem Drücken des Startknopfs die Zeit ab dem nächsten Durchgang des Schwingkörpers bis zum entsprechenden Durchgang in gleicher Richtung. Der Fehler der Einzelmessung t ist nach [NPP] gegeben durch die kleinste Skaleneinheit addiert mit 0,05 % des Messwerts.

3.1.2. Versuchsaufbau nach Clement-Desormes

Für das CLEMENT-DESORMES-Experiment wird ein Glasbehälter verwendet, der drei Zugänge hat. Dies sind ein Verschlussventil mit angeschlossenem Blasebalg, über das der Druck in dem Gefäß erhöht werden kann, ein Entlüftungsventil zum Ablassen von Druck und ein mit Flüssigkeit gefülltes U-Rohr, das als Manometer zur Druckmessung verwendet werden kann.

3.2. Adiabatenexponent nach Rüchardt

Mit dem Aufbau nach RÜCHARDT herrscht in der Ruhelage des Schwingkörpers das Gleichgewicht von Gravitationskraft und Außendruck b zu Innendruck p , also

$$mg + bA = pA. \quad (10)$$

Wird der Schwingkörper adiabatisch um Δx verschoben, erhält man eine Druckänderung $Adp = m\ddot{x}$. Mit $dV = Adx$ und Gleichung (6) erhält man für den Schwingkörper die Bewegungsgleichung

$$m\ddot{x} + \kappa p A^2 \frac{dx}{V} = 0. \quad (11)$$

Aus der bekannten Lösung für die Schwingungsgleichung des ungedämpften harmonischen Oszillators folgt für die Schwingungsdauer

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mV}{\kappa p A^2}}. \quad (12)$$

Die schwingende Masse ist gegeben durch $m = M + m_G$ gegeben, wobei die Masse der mitschwingenden Luftsäule durch $m_G = \frac{1}{4}\pi\rho aD^2$ mit der Amplitude a der Schwingung gegeben ist. Ferner setzt man für die Fläche $A = \frac{1}{4}\pi D^2$ ein und erhält nach Umstellen

$$\kappa = \frac{64V}{pD^4T^2} \left(M + \frac{1}{4}\pi\rho aD^2 \right). \quad (13)$$

3.3. Adiabatenexponent nach Clement-Desormes

In dem Versuchsaufbau nach CLEMENT-DESORMES durchläuft das Gas vier Zustände, die im p - V -Diagramm in Abbildung 2 dargestellt sind.

Zunächst befindet sich das Gas mit Volumen V_0 im Umgebungsdruck b und der Umgebungstemperatur T_0 . Durch den Blasebalg wird der Druck im Glasgefäß erhöht. Nachdem sich das Gas wieder auf die Umgebungstemperatur abgekühlt hat, befindet es sich im Druck $b + \Delta p_1$. Dies ist der Zustand (a). Dann wird das Entlüftungsventil geöffnet und es findet eine adiabatische Expansion statt. Dadurch vergrößert sich das Volumen auf $V_0 + \Delta V$ und verringert sich die Temperatur auf $T_0 - \Delta T$. Dies ist der Zustand (b). Wird das Entlüftungsventil wieder geschlossen, haben wir wieder das Volumen V_0 und befinden uns im Zustand (c). Anschließend erwärmt sich das Gas isochor, der Druck erhöht sich auf $b + \Delta p_2$ (d).

Wegen $\Delta T \ll T_0$ und $\Delta p_1 \ll b$ folgt aus der Possions-Gleichung (7) und (8) für den Übergang von (a) zu (b)

$$\frac{\Delta T}{T_0} \approx \frac{(\kappa - 1)\Delta p_1}{\kappa b}. \quad (14)$$

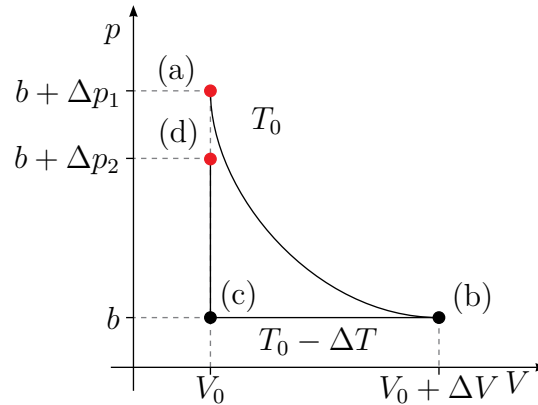


Abbildung 2: Zustandsänderungen beim Versuchsaufbau nach CLEMENT-DESORMES

Für den isochoren Prozess von (c) nach (d) gilt

$$\frac{b}{b - \Delta p_2} = \frac{T_0 - \Delta T}{T_0}. \quad (15)$$

Insgesamt ergibt sich also

$$\kappa = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2}. \quad (16)$$

Am Manometer werden nur der Höhenunterschied Δh abgemessen, der durch $\Delta p = \rho g \Delta h$ gegeben ist. Damit erhält man schließlich

$$\kappa = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2}. \quad (17)$$

4. Durchführung

4.1. Schwingungsversuch

Zunächst wird der Schwingungsversuch am Aufbau nach RÜCHARDT durchgeführt. Dazu wird bei geöffnetem Gasregulier- und Entlüftungsventil das Gas im Gefäß ausgetauscht. Dazu sind die Ventile mindestens drei Minuten offen zu halten.

Dann wird das Entlüftungsventil geschlossen und das Gasregulierventil so eingestellt, dass der Schwingkörper möglichst symmetrisch um den Schlitz im Glasrohr schwingt. Nun wird mit der Stoppuhr zehnmal die Schwingungsdauer von einer Periode und je dreimal die Schwingungsdauer von 10, 20, 50 und 100 Perioden gemessen.

Der Versuch wird für die drei Gase Luft, Kohlenstoffdioxid und Argon durchgeführt.

4.2. Expansionsversuch

Anschließend wird der Expansionsversuch am Aufbau nach CLEMENT-DESORMES durchgeführt. Dazu wird der Druck im Gefäß mit dem Blasebalg gefüllt und bei Hochdruck das Verschlussventil geschlossen. Am Manometer wird die Flüssigkeitshöhe als Maß für den Überdruck notiert. Dann wird das Entlüftungsventil für eine kurze Zeit geöffnet und nach dem Einstellen des Flüssigkeitspegels auf einen Wert die Höhe notiert.

Der Versuch wird neunmal durchgeführt, je dreimal für die Öffnungszeiten 0,1 s, 1 s und 5 s.

5. Auswertung

5.1. Rüchardt

Teilt man die gemessenen Zeiten t durch die Anzahl der gemessenen Perioden N , so erhält man die Periodendauer $T = t/N$ mit dem Fehler $\sigma_T = \sigma_t/N$. Zur Bestimmung des Adiabatenexponenten benutzen wir die Formel (13). Die Parameter Volumen, Durchmesser und Masse des Schwingkörpers waren am Gerät angegeben, den Außendruck konnte man ablesen, die Amplitude des Schwingkörpers ausmessen. Man liest die Dichte der drei Gase aus [TBP, S. 220, S. 714] ab. Eine Übersicht über die Parameter ist in Tabelle 1 gegeben.

Volumen	V	2225 cm ³
Durchmesser	D	11,93 mm
Masse	M	8,432 g
Druck	p	1007 hPa
Dichte Luft	ρ_1	1,293 kg/m ³
Dichte Kohlendioxid	ρ_2	1,977 kg/m ³
Dichte Argon	ρ_3	1,783 kg/m ³
Amplitude Luft	a_1	(8,0 ± 0,5) cm
Amplitude Kohlendioxid	a_2	(8,3 ± 0,5) cm
Amplitude Argon	a_3	(7,8 ± 0,5) cm

Tabelle 1: Parameter des RÜCHARDT-Experiments

Der Fehler des Adiabatenkoeffizienten ist dann nach der Fehlerfortpflanzung gegeben durch

$$\sigma_\kappa = \frac{2}{T} \sqrt{\sigma_T^2 \kappa^2 + 1024 \frac{\sigma_a^2}{p D^2 T}}. \quad (18)$$

Das gewichtete Mittel berechnet sich nach Gleichung (c) mit dem Fehler aus Gleichung (d). Die Ergebnisse der einzelnen Messreihen und die jeweiligen Mittelwerte für die drei Gase sind in Tabelle 2 aufgeführt.

Perioden N	Adiabatenkoeffizient κ		
	Luft	Kohlendioxid	Argon
1	$1,4218 \pm 0,0005$	$1,2932 \pm 0,0005$	$1,4531 \pm 0,0005$
10	$1,4126 \pm 0,0009$	$1,2910 \pm 0,0008$	$1,4752 \pm 0,0009$
20	$1,4053 \pm 0,0009$	$1,2904 \pm 0,0008$	$1,4947 \pm 0,0009$
50	$1,3986 \pm 0,0009$	$1,2891 \pm 0,0008$	$1,5196 \pm 0,0009$
100	$1,3914 \pm 0,0009$	$1,2872 \pm 0,0008$	$1,5627 \pm 0,0010$
Mittelwert	$1,4108 \pm 0,0004$	$1,2911 \pm 0,0003$	$1,4838 \pm 0,0004$

Tabelle 2: Adiabatenkoeffizient aus RÜCHARDT-Experiment

Aus diesen Werten berechnet man den Freiheitsgrad der Gasteilchen nach (9) durch

$$f = \frac{2}{\kappa - 1}, \quad (19)$$

wobei der Fehler nach der Fehlerfortpflanzung gegeben ist durch

$$\sigma_f = \sigma_\kappa \frac{f}{\kappa - 1}. \quad (20)$$

Die so erhaltenen Freiheitsgrade sind in Tabelle 3 aufgeführt.

Stoff	Freiheitsgrad f
Luft	$4,868 \pm 0,004$
Kohlendioxid	$6,870 \pm 0,007$
Argon	$4,134 \pm 0,003$

Tabelle 3: Freiheitsgrade aus RÜCHARDT-Experiment

5.2. Clement-Desormes

Nach Addition der Fehlerterme erhält man durch Mittelwertbildung wie in Gleichung (a) aus den links und rechts abgelesenen Höhenunterschieden die Werte Δh_i . Der Fehler dieser Mittelwerte berechnet man nach Gleichung (b). Nun berechnet man aus Gleichung (17) den Adiabatenkoeffizient, der Fehler ist nach der Fehlerfortpflanzung gegeben durch

$$\sigma_\kappa = \frac{\sqrt{\sigma_{\Delta h_1}^2 \Delta h_2^2 + \sigma_{\Delta h_2}^2 \Delta h_1^2}}{(\Delta h_1 - \Delta h_2)^2}. \quad (21)$$

Die so erhaltenen Einzelergebnisse sind in Tabelle 4. Den Mittelwert erhält man nach Gleichung (c) mit dem Fehler aus Gleichung (d).

Öffnungszeit [s]	Δh_1 [mm]	Δh_2 [mm]	κ [1]
0,1	47 ± 1	8 ± 3	$1,21 \pm 0,04$
0,1	48 ± 3	9 ± 3	$1,22 \pm 0,10$
0,1	62 ± 1	11 ± 2	$1,20 \pm 0,03$
1	49 ± 2	8 ± 1	$1,20 \pm 0,05$
1	58 ± 2	11 ± 2	$1,22 \pm 0,04$
1	69 ± 4	16 ± 2	$1,29 \pm 0,10$
5	65 ± 6	12 ± 1	$1,21 \pm 0,14$
5	70 ± 1	12 ± 1	$1,21 \pm 0,02$
5	38 ± 1	6 ± 2	$1,17 \pm 0,04$
Mittelwert			$1,207 \pm 0,009$

Tabelle 4: Adiabatenexponent aus CLEMENT-DESORMES-Experiment

6. Diskussion

6.1. Freiheitsgrade

Aus den Literaturwerten für die Wärmekapazitäten c_p und c_V erhält man nach Gleichung (19) die Freiheitsgrade der drei Gase durch die Beziehung

$$f = \frac{2c_V}{c_p - c_V}. \quad (22)$$

In Tabelle 5 sind die so bestimmten Literaturwerte den experimentell bestimmten Ergebnissen und die jeweilige Abweichung gegenübergestellt.

Gas	Experiment	[TBP, S. 718]	Abweichung
Luft	$4,868 \pm 0,004$	5,003	2,7 %
Kohlendioxid	$6,870 \pm 0,007$	6,635	3,5 %
Argon	$4,134 \pm 0,003$	3,000	37,8 %

Tabelle 5: Vergleich der Freiheitsgrade

Offensichtlich passen die experimentellen Ergebnisse für Luft und Kohlenstoffdioxid gut zu den Literaturwerten. Kleine Fehler sind hier aufgetreten durch die Messung der Schwingungsamplitude, die nur sehr unpräzise abgelesen werden konnte und während des Versuchs auch durch Reibung des Schwingkörpers am Glasrohr variierte.

Nicht zufriedenstellend ist der bestimmte Wert für Argon, der um fast 38 % vom Literaturwert abweicht. Dieser große Fehler lässt sich vermutlich darauf zurückführen, dass der Gasaustausch nicht vollständig stattgefunden hat. Da vor dem Versuch mit dem leichten Gas Argon das schwere Gas Kohlenstoffdioxid in dem Glasgefäß war, hat die Lüftungszeit von drei Minuten vielleicht nicht gereicht, um den vollen Austausch durchzuführen.

6.2. Adiabatenkoeffizient von Luft

Die in beiden Versuchen bestimmten Adiabatenkoeffizienten und ihre Abweichungen vom Literaturwert sind in Tabelle 6 gegenübergestellt.

	Adiabatenkoeffizient κ	Abweichung
[TBP, S. 718]	1,3997	
RÜCHARDT	$1,4108 \pm 0,0004$	7,9 %
CLEMENT-DESORMES	$1,207 \pm 0,009$	13,8 %

Tabelle 6: Vergleich der Adiabatenkoeffizienten von Luft

Wie in Abschnitt 6.1 schon festgestellt worden ist, stimmen die mit dem Versuchsaufbau nach RÜCHARDT bestimmten Werte gut mit dem Literaturwert überein. Der mit der CLEMENT-DESORMES-Apparatur bestimmte Adiabatenkoeffizient weicht dem gegenüber um knapp 14 % vom Literaturwert ab.

Eine Fehlerquelle mag beim CLEMENT-DESORMES-Experiment in der sehr ungenauen Skala des Manometers liegen, die trotz des Ablesens auf beiden Seiten nur eine sehr grobe Messung des Höhenunterschieds möglich macht. Insbesondere, da viele Werte im sehr kleinen Bereich liegen, wäre ein Manometer zur Darstellung besonders kleiner Unterschiede geeignet, um bessere Ergebnisse zu erzielen.

Weiterhin war auch die Entlüftungsdauer sehr ungenau, da sie von den Experimentatoren nur grob geschätzt werden konnte. Da diese in die Auswertung aber nicht eingeht, liegt hier keine Fehlerquelle für das Ergebnis.

A. Formelsammlung

Das arithmetische Mittel einer Messung mit n Einzelwerten x_i berechnet sich zu

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (\text{a})$$

wobei dessen Fehler durch

$$\delta_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (\text{b})$$

gegeben ist.

Hat man mehrere unabhängige Ergebnisse x_i mit unterschiedlichen Fehlern δ_i , so ergibt sich das gewichtete Mittel zu

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\delta_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\delta_i^2}}. \quad (\text{c})$$

Der Fehler berechnet sich zu

$$\delta_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\delta_i^2}}}; \quad (\text{d})$$

bei stark unterschiedlichen Werten kann man alternativ auch zum folgenden Fehler greifen:

$$\delta_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\delta_i^2}}{(n-1) \sum_{i=1}^n \frac{1}{\delta_i^2}}}. \quad (\text{e})$$

B. Literaturverzeichnis

- [LP] Lehrportal Physik. *Der Adiabatenexponent*. Online im Internet: <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/3639>, abgerufen am 13.07.12, 20:14 Uhr.
- [NPP] Eichler, Hans; Kronfeldt, Heinz-Detlef & Sahn, Jürgen. *Das Neue Physikalische Grundpraktikum*. Zweite Auflage. Berlin, 2006.
- [TBP] Stöcker, Horst. *Taschenbuch der Physik. Formeln, Tabellen, Übersichten*. Fünfte Auflage. Frankfurt am Main, 2005.